

Série d'exercices — Chapitre 08

Équations, inéquations et systèmes

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Équations du premier degré

★★★★★

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $4x - 10 = 0$; $3 - 2x = \sqrt{3}(x + 1)$; $\frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{3} = x + 1$;
- $(2x + 1)^2 = (x - 3)^2$; $9x^2 = 49$; $x^2 + 5x = 0$;
- $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x+4}$; $(x-1)(2x+3) = (x-1)(x+5)$; $|x-3| = |2x|$.

2) On considère un réel m . Résoudre dans $\mathbb{R}$, selon les valeurs de m , les équations :

- (E_1) : $(m+1)x = m^2 - 1$;
- (E_2) : $mx - 3 = 2x + m$;
- (E_3) : $(m^2 - 9)x = m - 3$.

Exercice 2 — Inéquations du premier degré

★★★★★

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- $3x - 9 \leq 0$; $-2x + 1 > x + 7$; $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{4} \geq 1$;
- $|x| < 4$; $|3x - 2| \geq 1$.

2) On considère un réel m . Résoudre dans $\mathbb{R}$, selon les valeurs de m , les inéquations :

- (I_1) : $(m^2 + 1)x \leq m - 1$;
- (I_2) : $(m - 1)x < m^2 - 1$;
- (I_3) : $(2 - m)x \geq 2 - m$.

Exercice 3 — Tableaux de signes

★★★★★

1) Dresser le tableau de signes de chacune des expressions : $-3x + 6$; $\frac{1}{2x-1}$; $\frac{-3x+6}{2x-1}$.2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- $(x-2)(3-x) \geq 0$; $(3x+1)(2x-4) < 0$; $\frac{x+1}{x-3} \leq 0$;
- $\frac{(x-1)(2x+5)}{4-x} \geq 0$; $x^2 - 3x \leq 0$; $(x-2)^2(1-x) \geq 0$.

Exercice 4 — Systèmes de deux équations à deux inconnues

★★★★★

A. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, par la méthode des déterminants, les systèmes :

$$1) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3x + 6y = 4 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 4x + y = -2 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$$

B.1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S_1) : $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$.2) En déduire les solutions du système (S_2) : $\begin{cases} x^2 + 2|y| = 5 \\ 3x^2 - |y| = 1 \end{cases}$.**C.** Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) : $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 7 \\ \sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = -7 \end{cases}$.**D.**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$.

2) En déduire les solutions des systèmes :

a) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$.

E. On considère un réel m et le système $(S_m) : \begin{cases} mx + y = 2 \\ x + my = m + 1 \end{cases}$.

1) Montrer que le déterminant de (S_m) est $D = (m - 1)(m + 1)$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, selon les valeurs de m , le système (S_m) .

Exercice 5 — Inéquations à deux inconnues

★★★★★

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

1) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ les inéquations : $x - y - 1 \leq 0$; $x + 2y - 4 \geq 0$.

2) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :

$$(S_1) : \begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 4 \geq 0 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ x - y > -1 \end{cases}$$

Exercice 6 — Équations du second degré

★★★★★

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes sans calculer de discriminant :

1) $5x^2 + 3x = 0$.

2) $3x^2 - 12 = 0$.

3) $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$, où m est un réel (on pourra développer $(x - 2)(x - m)$).

4) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$.

5) $(2x - 1)^2 - 5(2x - 1) = 0$ (on pourra poser $X = 2x - 1$).

Exercice 7 — Équations du second degré et équations associées

★★★★★

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 10x + 25 = 0$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + x + 3 = 0$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-x^2 + 2\sqrt{3}x - 3 = 0$.

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 3|x| + 2 = 0$.

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4 - x^2 - 6 = 0$.

7) Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'équation $2x - 7\sqrt{x} + 3 = 0$.

8) Résoudre dans $[-1; +\infty[$ l'équation $\sqrt{x + 1} = x - 1$.

Exercice 8 — Équation se ramenant au second degré

★★★★★

On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : 2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$.

1) Montrer que 0 n'est pas une solution de (E) .

2) Pour $x \neq 0$, on pose $t = x + \frac{1}{x}$. Montrer que (E) équivaut à $2t^2 - 7t + 5 = 0$.

3) Résoudre l'équation $2t^2 - 7t + 5 = 0$ et en déduire les solutions de (E) .

Exercice 9 — Somme et produit des racines

★★★★★

A. On considère l'équation $(E) : 3x^2 - \sqrt{5}x - 2 = 0$.

1) Montrer que (E) admet deux solutions réelles distinctes x_1 et x_2 (sans les calculer).

2) Calculer : $x_1 + x_2$; $x_1 x_2$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; $x_1^2 + x_2^2$; $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$; $x_1^3 + x_2^3$.

B. Montrer que l'équation (E') : $25x^2 - 14x + 1 = 0$ admet deux solutions distinctes α et β strictement positives, puis calculer $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ sans calculer α ni β .

Exercice 10 — Factorisation

★★★★★

Factoriser dans $\mathbb{R}$, lorsque c'est possible, les polynômes suivants :

$$P_1(x) = 3x^2 + 5x - 2 ; \quad P_2(x) = -2x^2 + 5x - 3 ; \quad P_3(x) = 9x^2 - 12x + 4 ;$$

$$P_4(x) = x^2 + 2\sqrt{2}x + 3 ; \quad P_5(x) = -x^2 + x - 1 ; \quad P_6(x) = 2x^4 - 5x^2 - 3.$$

Exercice 11 — Inéquations du second degré

★★★★★

A. Étudier le signe de chacun des trinômes :

1) $P(x) = x^2 - 5x + 6$.

2) $P(x) = -x^2 + 4x - 4$.

3) $P(x) = -2x^2 + x + 1$.

4) $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

5) $P(x) = 4x^2 + 8x$.

B. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

— $x^2 - 5x + 6 > 0$; $-x^2 + 4x - 4 < 0$; $-2x^2 + x + 1 \geq 0$;

— $3x^2 - 2x + 1 \leq 0$; $\frac{x^2 - 5x + 6}{4x^2 + 8x} \leq 0$.

Exercice 12 — Équation et inéquation avec racine

★★★★★

1) On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = x$.

a) Déterminer l'ensemble D des réels x pour lesquels $\sqrt{x^2 - 5x + 6}$ est défini.

b) Résoudre l'équation (E) dans D , en distinguant les cas $x \geq 0$ et $x < 0$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{x^2 - 5x + 6} > x$.

Exercice 13 — Somme et produit : systèmes

★★★★★

On admet la propriété suivante : on considère deux réels s et p ; le système $\begin{cases} u + v = s \\ uv = p \end{cases}$ admet au moins une solution $(u; v)$ dans $\mathbb{R}^2$ si et seulement si $s^2 - 4p \geq 0$, et dans ce cas u et v sont les solutions de l'équation $t^2 - st + p = 0$.

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :

$$\begin{cases} x + y = -7 \\ xy = 10 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = -10 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ xy = 6 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 y + xy^2 = 30 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$$