

Série d'exercices — Chapitre 03

Projection dans le plan

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Projection et coefficient de colinéarité

★★★★★

On considère un triangle ABC et le point M défini par $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. On note M' le projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC) .

- 1) Montrer que $\overrightarrow{AM'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
- 2) En déduire que $\overrightarrow{MM'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 2 — Projections successives

★★★★★

On considère un triangle ABC et le point M défini par $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. On note P le projeté de M sur (AB) parallèlement à (AC) , et Q le projeté de M sur (AC) parallèlement à (AB) .

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, et $\overrightarrow{AQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.
- 3) Montrer que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}$.

Exercice 3 — Projection et parallélisme

★★★★★

On considère un triangle ABC et les points E et F définis par

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

On note I le projeté de F sur (AB) parallèlement à (EC) , et J le projeté de E sur (AC) parallèlement à (BF) .

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$.
- 3) Exprimer $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AF}$.
- 4) Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 5) En déduire que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Exercice 4 — Rectangle et projections

★★★★★

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 6$ et $AD = 4$, et le point M défini par $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. On note N le projeté de M sur (AB) parallèlement à (BD) , et E le projeté orthogonal de M sur (DC) .

- 1) Faire une figure.
- 2) On note C' le projeté de C sur (AB) parallèlement à (BD) . Montrer que $\overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AB}$.
- 3) En déduire que $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, puis calculer AN .
- 4) Calculer la distance ME .

Exercice 5 — Parallélogramme inscrit

★★★★★

On considère un parallélogramme $ABCD$ et le point M défini par $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. On note N le projeté de M sur (BC) parallèlement à (AC) , et P le projeté de N sur (CD) parallèlement à (BD) .

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.
- 3) Montrer que $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$.
- 4) On considère le point Q défini par $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$. Montrer que le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme.

Exercice 6 — *Thalès et rapports*

★★★★★

On considère un triangle ABC tel que $AB = 6$ et $AC = 4$, et un point M du segment $[BC]$, distinct de B et de C . On note N le projeté de M sur (AB) parallèlement à (AC) , P le projeté de M sur (AC) parallèlement à (AB) , et on pose $t = \frac{BM}{BC}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que $\frac{BN}{BA} = t$.
- 3) Montrer que $\frac{CP}{CA} = 1 - t$.
- 4) En déduire que $AN = 6(1 - t)$ et $AP = 4t$.
- 5) Déterminer t pour que le parallélogramme $ANMP$ soit un losange.

Exercice 7 — *Réciproque de Thalès*

★★★★★

On considère un triangle ABC tel que $AB = 6$, $AC = 9$ et $BC = 8$, le point E du segment $[AB]$ tel que $AE = 2$ et le point F du segment $[AC]$ tel que $AF = 3$.

- 1) Faire une figure.
- 2) a) Comparer les rapports $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AC}$.
b) En déduire que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
- 3) Calculer la longueur EF .