

Devoir maison n° 3

Polynômes, équations, trigonométrie, statistiques

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Polynômes

★★★★★

On considère un réel m et le polynôme $P(x) = 2x^3 + mx^2 - 5x + 2$.

- 1) Déterminer la valeur de m pour que 1 soit une racine de P .
- 2) Dans la suite, on suppose que $m = 1$.
 - a) En déduire qu'il existe un polynôme Q , à déterminer, tel que $P(x) = (x - 1)Q(x)$.
 - b) Vérifier que -2 est une racine de Q .
 - c) En déduire une factorisation du polynôme $Q(x)$.
 - d) Donner une factorisation de $P(x)$ en produit de trois binômes.
 - e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
 - f) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$.

Exercice 2 — Équations, inéquations et systèmes

★★★★★

- 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $2x^2 - 7x + 3 = 0$ et $x^2(x - 4) = 0$.
 b) En déduire les solutions de l'équation $2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$.
 c) À l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2(x - 4)} \geq 0$.
- 2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, par la méthode des déterminants, le système $(S_1) : \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$.
 b) En déduire les solutions des systèmes $(S_2) : \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 7 \\ x^2 - 4y^2 = -7 \end{cases}$ et $(S_3) : \begin{cases} 3|x| + 2|y - 1| = 7 \\ |x| - 4|y - 1| = -7 \end{cases}$.
- 3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation $2x - y + 1 \geq 0$.
- 4) On considère l'équation $(E) : 3x^2 - 8x + 5 = 0$.
 a) Vérifier que 1 est une racine de $3x^2 - 8x + 5$.
 b) En déduire, à l'aide du produit des racines, l'autre solution de (E) .
 c) En déduire une factorisation de $3x^2 - 8x + 5$.
- 5) Factoriser le trinôme $x^2 - 6x + 8$, puis en déduire une factorisation du polynôme $x^4 - 6x^2 + 8$ en produit de quatre binômes.
- 6) On admet la propriété suivante : on considère deux réels s et p ; le système $\begin{cases} u + v = s \\ uv = p \end{cases}$ admet une solution $(u; v)$ dans $\mathbb{R}^2$ si et seulement si $s^2 - 4p \geq 0$, et u et v sont alors les solutions de l'équation $t^2 - st + p = 0$. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes :
 a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$;
 b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -20 \end{cases}$.

Exercice 3 — Trigonométrie

★★★★★

- 1) On considère les points A , B et C du cercle trigonométrique de centre O d'abscisses curvilignes respectives $\frac{31\pi}{6}$, $-\frac{47\pi}{3}$ et $\frac{37\pi}{4}$.
 a) Déterminer l'abscisse curviligne principale de chacun des points A , B et C .
 b) Placer les points A , B et C sur le cercle trigonométrique.

- c) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}})$ et en déduire $\cos(\widehat{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}})$.
- d) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OA}})$.
- e) En déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OB}})$.
- 2) Calculer $\sin \frac{23\pi}{6}$, $\cos \left(-\frac{22\pi}{3}\right)$ et $\tan \frac{19\pi}{4}$.
- 3) On considère, pour tout réel x , le nombre $A(x) = \sin(-x) \sin(x + \pi) - \cos x \cos(2\pi - x)$.
- a) Montrer que, pour tout réel x , $A(x) = 1 - 2 \cos^2 x$.
- b) On admet que $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$. Calculer $A\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $A\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.
- 4) On considère un réel α de l'intervalle $\left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$ tel que $\tan \alpha = -2$. Calculer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
- 5) On considère un réel y tel que $\sin y \neq 0$ et $\cos y \neq 0$. Montrer que $\tan y + \frac{1}{\tan y} = \frac{1}{\sin y \cos y}$.

Exercice 4 — Statistiques

On a relevé la durée (en minutes) du trajet domicile-lycée de deux groupes de 10 élèves :

Groupe A	8	9	9	10	10	10	12	12	13	15
Groupe B	9	10	10	10	11	11	12	12	12	13

- Pour chaque groupe, dresser un tableau des durées, des effectifs, des effectifs cumulés et des fréquences.
- Représenter les durées du groupe A par un diagramme en bâtons.
- Déterminer la médiane de chaque série.
- Calculer la moyenne de chaque série.
- Calculer l'écart moyen, la variance et l'écart-type de chaque série.
- Dans quel groupe les durées sont-elles le plus dispersées autour de la moyenne ?