

Devoir maison n° 1

Arithmétique — Calcul vectoriel — Projection

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Notions d'arithmétique

★★★★★

On note $a \wedge b$ le PGCD et $a \vee b$ le PPCM de deux entiers naturels non nuls a et b . Pour chacune des questions 1) à 16), choisir la ou les réponses justes.

N°	Énoncé	A	B	C	D
1)	2027 est un nombre...	pair	impair	premier	multiple de 3
2)	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $6n + 15$ est...	pair	impair	multiple de 3	multiple de 5
3)	0 est...	multiple de 7	diviseur de 7	pair	premier
4)	Nombre de diviseurs de 18	4	5	6	9
5)	$a, b \in \mathbb{N}$ et $a + b$ impair. Alors...	a, b pairs	a, b impairs	ab pair	ab impair
6)	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n(n+1)(n+2)$ est...	pair	impair	multiple de 3	premier
7)	$\text{PGCD}(84; 126) =$	6	14	42	252
8)	$\text{PPCM}(84; 126) =$	252	504	42	10 584
9)	Pour $a, b \in \mathbb{N}^*$: $\text{PGCD}(a; b) \times \text{PPCM}(a; b) =$	$a + b$	ab	$\frac{a}{b}$	1
10)	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2^{n+3} + 2^n$ est un multiple de...	3	9	7	2
11)	Pour $a \in \mathbb{N}^*$: $\text{PGCD}(a; 1) =$	0	1	a	$a + 1$
12)	Pour $a \in \mathbb{N}^*$: $\text{PPCM}(a; a) =$	1	a	a^2	$2a$
13)	$a, b \in \mathbb{N}^*$ et a divise b . Alors...	$a \wedge b = a$	$a \wedge b = b$	$a \vee b = a$	$a \vee b = b$
14)	391 est...	premier	divisible par 17	divisible par 23	divisible par 3
15)	$a, b \in \mathbb{N}^*$ et $d = \text{PGCD}(a; b)$. Alors...	d divise $a + b$	$d = ab$	$\frac{a}{d}$ et $\frac{b}{d}$ premiers entre eux	$d = 1$
16)	p, q premiers distincts. Alors...	$p \wedge q = 1$	$p \vee q = pq$	$p + q$ premier	pq premier

17) Déterminer le chiffre c pour lequel le nombre $\overline{7c32}$ est divisible par 2 et par 9.

18) On considère un entier impair a . Montrer que $a^2 + a + 1$ est impair.

19) Déterminer les couples d'entiers naturels $(a; b)$, avec $a < b$, tels que $a + b = 96$ et $\text{PGCD}(a; b) = 12$.

20) Montrer que la somme de quatre entiers naturels consécutifs n'est jamais un multiple de 4.

Exercice 2 — Calcul vectoriel

★★★★★

On considère un triangle ABC et les points E, F et P définis par

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}; \quad \overrightarrow{AP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

1) Faire une figure.

- 2) Montrer que $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.
- 3) Montrer que $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
- 4) En déduire que les points E , F et P sont alignés.
- 5) On note M le milieu de $[AC]$. Montrer que les droites (EF) et (BM) sont parallèles.

Exercice 3 — *Projection*

On considère un parallélogramme $ABCD$, le point E défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et le projeté H de E sur (BC) parallèlement à (AB) .

- 1) Montrer que $\overrightarrow{CH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ et que $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
- 2) On considère le point F défini par $\overrightarrow{FB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. Montrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.