

Cours — Chapitre 10

Statistiques

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Plan du chapitre. I. Vocabulaire statistique — II. Représentations graphiques — III. Paramètres de position — IV. Paramètres de dispersion.

I. Vocabulaire statistique

1. Population, caractère

Définition 1

— La **population** est l'ensemble étudié ; ses éléments sont les **individus** ; une partie de la population est un **échantillon**.

— Le **caractère** (ou variable statistique) est la propriété étudiée sur chaque individu. Il est :

— **qualitatif** s'il n'est pas mesurable (couleur, groupe sanguin, sport préféré...);

— **quantitatif discret** s'il prend des valeurs isolées (nombre d'enfants, note entière...);

— **quantitatif continu** s'il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle ; les valeurs sont alors regroupées en **classes** $[a; b[$.

2. Effectifs et fréquences

Définition 2

On considère une série statistique de valeurs $x_1, \dots, x_p$ d'effectifs $n_1, \dots, n_p$.

— L'**effectif total** est $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$.

— La **fréquence** de la valeur x_i est $f_i = \frac{n_i}{N}$; souvent exprimée en pourcentage ($100f_i\%$). On a $f_1 + \dots + f_p = 1$.

— L'**effectif cumulé croissant** de x_i est la somme des effectifs des valeurs inférieures ou égales à x_i (on définit de même les **fréquences cumulées**).

Exemple 1

Notes de 20 élèves :

Note x_i	8	10	12	14	16
Effectif n_i	3	5	7	4	1
Effectif cumulé	3	8	15	19	20
Fréquence f_i	0,15	0,25	0,35	0,2	0,05

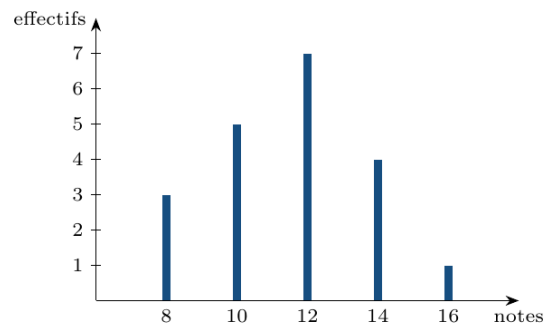
La population est la classe de 20 élèves, le caractère (la note) est quantitatif discret.

II. Représentations graphiques

1. Diagramme en bâtons

Définition 3

Pour un caractère **discret** : chaque valeur x_i est représentée par un bâton vertical de hauteur proportionnelle à son effectif n_i .



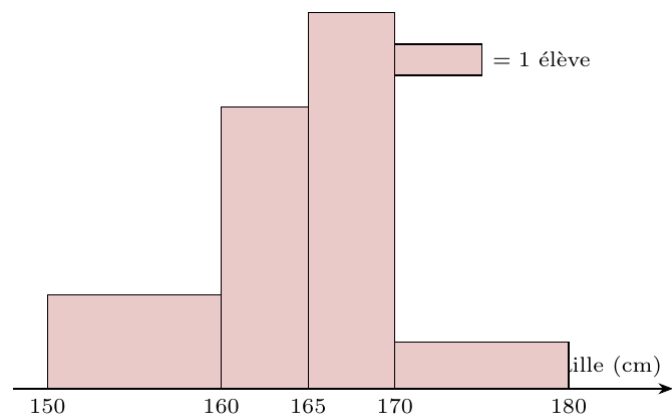
2. Histogramme

Définition 4

Pour un caractère **continu** : chaque classe est représentée par un rectangle dont la base est la classe et dont l’aire est proportionnelle à l’effectif. Si toutes les classes ont la même amplitude, les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs.

Exemple 2

Tailles de 30 élèves : classes [150; 160[, [160; 165[, [165; 170[, [170; 180[d’effectifs 6, 9, 12, 3. Les classes n’ont pas la même amplitude ; on prend comme unité d’aire un rectangle de largeur 5 cm représentant 1 élève. La classe [150; 160[, d’amplitude 10, est représentée par un rectangle de hauteur 3 unités (6 élèves sur une largeur double).



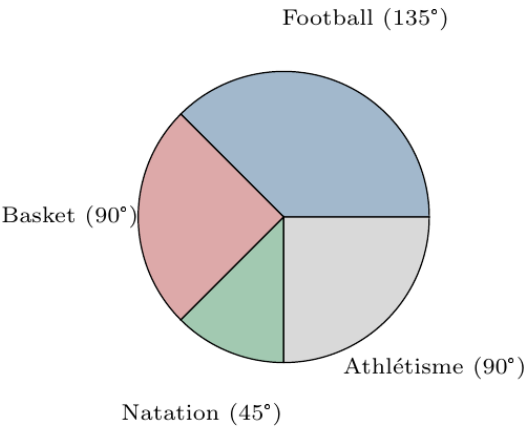
3. Diagramme circulaire

Définition 5

Pour un caractère (souvent qualitatif) : chaque valeur est représentée par un secteur angulaire d’angle $\alpha_i = 360^\circ \times f_i = 360^\circ \times \frac{n_i}{N}$.

Exemple 3

Sport préféré de 24 élèves : Football 9, Basket 6, Natation 3, Athlétisme 6. Angles : 135°, 90°, 45°, 90°.



III. Paramètres de position

1. Mode

Définition 6

Le **mode** d’une série discrète est la valeur de plus grand effectif; pour une série continue, on parle de **classe modale**.

2. Moyenne

Définition 7

La **moyenne** de la série est

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{N} = f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_px_p.$$

Pour une série continue, on remplace chaque classe $[a; b[$ par son **centre** $\frac{a + b}{2}$.

3. Médiane

Définition 8

La **médiane** Me est un nombre qui partage la série, rangée dans l’ordre croissant, en deux parties de même effectif.

- Si N est impair, Me est la valeur de rang $\frac{N + 1}{2}$.
- Si N est pair, Me est la moyenne des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

Pour une série continue, la **classe médiane** est la première classe dont l’effectif cumulé croissant atteint ou dépasse $\frac{N}{2}$.

Exemple 4

Pour la série de l’exemple 1 : le mode est 12; $\bar{x} = \frac{24 + 50 + 84 + 56 + 16}{20} = \frac{230}{20} = 11,5$; $N = 20$ est pair, les valeurs de rangs 10 et 11 valent toutes deux 12 (effectif cumulé $8 < 10 \leq 15$), donc $Me = 12$.

IV. Paramètres de dispersion

1. Étendue et écart moyen

Définition 9

- L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.
- L'**écart moyen** est $e = \frac{n_1|x_1 - \bar{x}| + \cdots + n_p|x_p - \bar{x}|}{N}$.

2. Variance et écart-type

Définition 10

La **variance** est $V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$, et l'**écart-type** est $\sigma = \sqrt{V}$.

Propriété 1

$V = \frac{n_1x_1^2 + \cdots + n_px_p^2}{N} - \bar{x}^2$: la variance est la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne.

Remarque

Plus l'écart moyen, la variance et l'écart-type sont grands, plus les valeurs sont **dispersées** autour de la moyenne.

Application 1

Calculer l'étendue, l'écart moyen, la variance et l'écart-type de la série de l'exemple 1.

Solution

Étendue : $16 - 8 = 8$. Avec $\bar{x} = 11,5$:

- $e = \frac{3 \times 3,5 + 5 \times 1,5 + 7 \times 0,5 + 4 \times 2,5 + 1 \times 4,5}{20} = \frac{36}{20} = 1,8$;
- moyenne des carrés : $\frac{3 \times 64 + 5 \times 100 + 7 \times 144 + 4 \times 196 + 256}{20} = \frac{2740}{20} = 137$, donc $V = 137 - 11,5^2 = 4,75$ et $\sigma = \sqrt{4,75} \approx 2,18$.

À retenir — l'essentiel du chapitre

- $f_i = \frac{n_i}{N}$; diagramme en bâtons (discret), histogramme (continu, aire $\propto$ effectif), diagramme circulaire ($\alpha_i = 360^\circ f_i$).
- Position : mode, moyenne $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i x_i$, médiane.
- Dispersion : étendue, écart moyen, $V = \frac{1}{N} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2$, $\sigma = \sqrt{V}$.