

Corrigé détaillé de la série — Chapitre 03

Projection dans le plan

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1

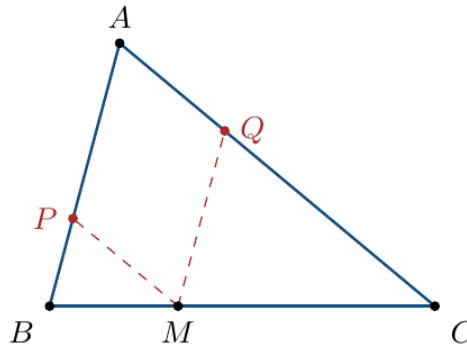
1) On utilise la projection sur (AC) parallèlement à (BC) : A a pour projeté A (car $A \in (AC)$), B a pour projeté C (la droite (BC) coupe (AC) en C), et M a pour projeté M' .

Comme $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, la conservation du coefficient de colinéarité donne $\overrightarrow{AM'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

2) $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AM'} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 2

1) Figure :



2) *Projection sur (AB) parallèlement à (AC) :* $B \mapsto B$, $C \mapsto A$, $M \mapsto P$. De $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ on tire $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$, donc

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}.$$

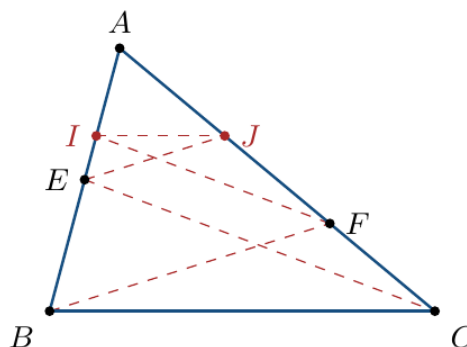
Projection sur (AC) parallèlement à (AB) : $B \mapsto A$, $C \mapsto C$, $M \mapsto Q$. Donc $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

3) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}$.

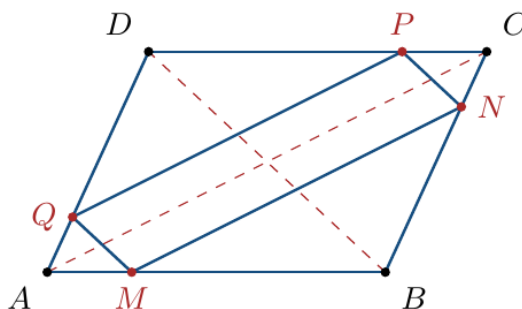
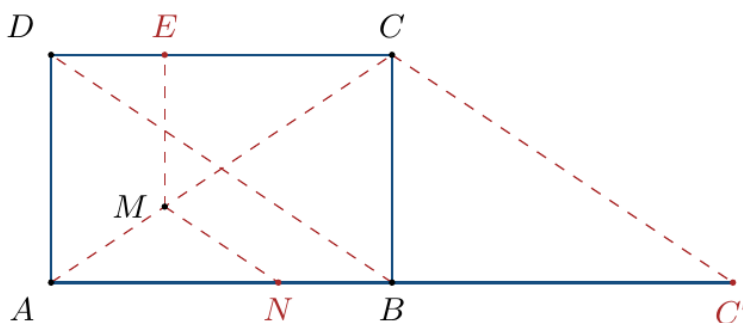
(Le quadrilatère $APMQ$ est donc un parallélogramme.)

Exercice 3

1) Figure :



5) $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{BC}$: les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires, donc $(IJ) \parallel (BC)$.



4) On exprime tout en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, avec $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$:

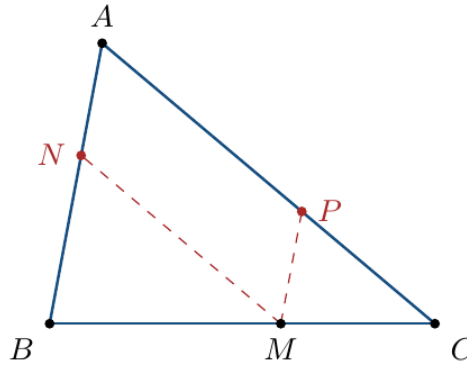
$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}.$$

Donc $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$: $MNPQ$ est un parallélogramme.

Exercice 6

1) Figure :



2) $(MN) \parallel (AC)$, avec $N \in (BA)$ et $M \in (BC)$: d'après le théorème de Thalès dans le triangle BAC , $\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BC} = t$.

3) $(MP) \parallel (AB)$, avec $P \in (CA)$ et $M \in (CB)$: d'après le théorème de Thalès dans le triangle CAB , $\frac{CP}{CA} = \frac{CM}{CB}$.

Comme $M \in [BC]$, $CM = CB - BM$, donc $\frac{CM}{CB} = 1 - t$.

4) $N \in [AB]$ et $P \in [AC]$ (car $M \in [BC]$). Donc :

$$AN = AB - BN = 6 - 6t = 6(1 - t) \quad \text{et} \quad AP = AC - CP = 4 - 4(1 - t) = 4t.$$

5) $(AN) \parallel (MP)$ et $(AP) \parallel (NM)$, donc $ANMP$ est un parallélogramme. C'est un losange lorsque deux côtés consécutifs sont égaux : $AN = AP$, soit $6 - 6t = 4t$, d'où $t = \frac{3}{5}$.

Le parallélogramme $ANMP$ est un losange lorsque $BM = \frac{3}{5}BC$.

Exercice 7

1) On trace le triangle, puis E sur $[AB]$ à 2 de A , et F sur $[AC]$ à 3 de A .

2) a) $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$: les deux rapports sont égaux.

b) Les points A, E, B sont dans le même ordre que A, F, C ($E \in [AB]$, $F \in [AC]$), et les rapports sont égaux. D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(EF) \parallel (BC)$.

3) D'après le théorème de Thalès : $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$, donc $EF = \frac{8}{3}$.