

# Corrigé du devoir surveillé n° 3 (barème)

## Polynômes, équations, inéquations et systèmes, statistiques

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

**Barème :** exercice 1 : 8 pts ; exercice 2 : 9 pts ; exercice 3 : 3 pts ; total 20 pts, plus 2 bonus de 0,5 pt (note plafonnée à 20). La répartition des points à l'intérieur de chaque question est indiquée entre crochets.

### Exercice 1 (8 points)

1) [1 pt]  $P(3) = -54 + 27 + 33 - 6 = 0$ .

2) [2 pts] 3 est racine, donc  $P$  est divisible par  $x - 3$  [0,5]. Horner avec  $a = 3$  :  $-2$  ;  $3 - 6 = -3$  ;  $11 - 9 = 2$  ;  $-6 + 6 = 0$  [1]. Donc  $Q(x) = -2x^2 - 3x + 2$  [0,5].

3) [1 pt]  $Q\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 2 = 0$  et  $Q(-2) = -8 + 6 + 2 = 0$  [0,5] ;  $Q$  est de degré 2 et a donc au plus deux racines : ce sont  $\frac{1}{2}$  et  $-2$  [0,5].

4) [1 pt]  $Q(x) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 2) = -(2x - 1)(x + 2)$ , donc  $P(x) = -(x - 3)(2x - 1)(x + 2)$ .

5) [1 pt]  $S = \left\{-2; \frac{1}{2}; 3\right\}$ .

6) [2 pts] L'équation s'écrit  $(x - 3)Q(x) + (x - 3)(x + 2) = 0$ , soit  $(x - 3)(-2x^2 - 2x + 4) = 0$  [1]. Or  $-2x^2 - 2x + 4 = -2(x^2 + x - 2) = -2(x - 1)(x + 2)$  [0,5].  $S = \{-2; 1; 3\}$  [0,5].

**Bonus [+0,5 pt].**  $P(x) = -(x - 3)(2x - 1)(x + 2)$  : coefficient dominant négatif, racines  $-2 < \frac{1}{2} < 3$  ; le signe alterne en partant de  $+$  sur  $] -\infty; -2[$  ;  $S = ] -\infty; -2[ \cup \left[\frac{1}{2}; 3\right]$ .

### Exercice 2 (9 points)

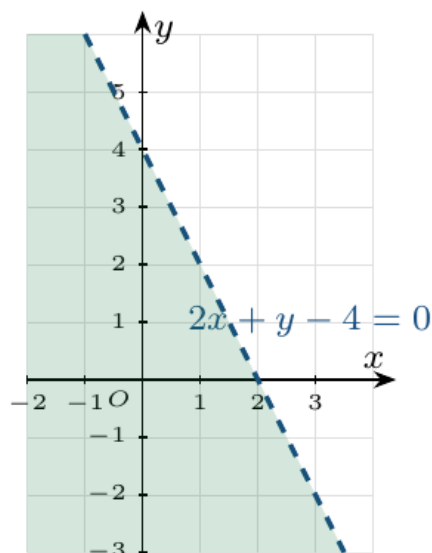
1) a) [2 pts]  $x^2 - 2x - 3 = 0$  :  $\Delta = 16$ ,  $x = \frac{2 \pm 4}{2}$ ,  $S = \{-1; 3\}$  [1]. Pour  $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$ , on pose  $X = x^2 \geq 0$  :  $2X^2 - 7X - 4 = 0$ ,  $\Delta = 81$ ,  $X = 4$  ou  $X = -\frac{1}{2}$  (rejeté, car  $X \geq 0$ ) [0,5] ; donc  $x^2 = 4$  et  $S = \{-2; 2\}$  [0,5].

b) [2 pts] On a  $-3x + 6 = 0 \iff x = 2$  et  $2x + 8 = 0 \iff x = -4$  (valeur interdite). Tableau de signes [1,5] :

| $x$            | $-\infty$ |   | $-4$ |   | $-1$ |   | $2$ |   | $3$ |   | $+\infty$ |
|----------------|-----------|---|------|---|------|---|-----|---|-----|---|-----------|
| $-3x + 6$      |           | + |      | + |      | + | 0   | - |     | - |           |
| $x^2 - 2x - 3$ |           | + |      | + | 0    | - |     | - | 0   | + |           |
| $2x + 8$       |           | - | 0    | + |      | + |     | + |     | + |           |
| quotient       |           | - |      | + | 0    | - | 0   | + | 0   | - |           |

$S = ] -4; -1] \cup [2; 3]$  [0,5].

2) [2 pts] Droite  $(D)$  :  $2x + y - 4 = 0$ , soit  $y = 4 - 2x$ , tracée en pointillés (inégalité stricte) [1].  $O$  vérifie  $-4 < 0$  : l'ensemble des solutions est le demi-plan ouvert de bord  $(D)$  contenant  $O$  [1].



3) a) [1 pt]  $D = -2 - 3 = -5$ ,  $D_x = -5 - 15 = -20$ ,  $D_y = 10 - 5 = 5$  :  $S_1 = \{(4; -1)\}$ .

b) [2 pts] On pose  $X = (x - 1)^2$  et  $Y = \frac{1}{y}$  (avec  $y \neq 0$ ) :  $(S_2)$  s'écrit  $\begin{cases} 2X + 3Y = 5 \\ X - Y = 5 \end{cases}$ , c'est-à-dire  $(S_1)$  en  $(X; Y)$  [0,5]. Donc  $X = 4$  et  $Y = -1$ , qui conviennent car  $X \geq 0$  et  $Y \neq 0$  [0,5].  $(x - 1)^2 = 4 \iff x = 3$  ou  $x = -1$ ;  $\frac{1}{y} = -1 \iff y = -1$  [0,5].  $S_2 = \{(3; -1); (-1; -1)\}$  [0,5].

### Exercice 3 (3 points)

1) [1 pt] Effectifs totaux :  $2 + 5 + 6 + 5 + 2 = 20$  et  $3 + 4 + 6 + 4 + 3 = 20$  [0,5]. Moyennes :  $\bar{x}_1 = \frac{4 + 25 + 48 + 55 + 28}{20} = \frac{160}{20} = 8$  et  $\bar{x}_2 = \frac{12 + 24 + 48 + 40 + 36}{20} = \frac{160}{20} = 8$  [0,5].

2) [1 pt]  $V_1 = \frac{2 \times 36 + 5 \times 9 + 0 + 5 \times 9 + 2 \times 36}{20} = \frac{234}{20} = 11,7$  [0,5];

$V_2 = \frac{3 \times 16 + 4 \times 4 + 0 + 4 \times 4 + 3 \times 16}{20} = \frac{128}{20} = 6,4$  [0,5].

3) [1 pt]  $V_2 < V_1$  (donc  $\sigma_2 < \sigma_1$ ) : la série 2 est la moins dispersée autour de la moyenne.

**Bonus [+0,5 pt].** Chaque valeur est multipliée par 2 : la moyenne devient  $2 \times 8 = 16$ . Chaque écart  $x_i - \bar{x}$  est multiplié par 2, donc chaque carré par 4 : la variance devient  $4 \times 6,4 = 25,6$ .