

Corrigé du devoir surveillé n° 2 (barème)

Ensembles de nombres — Ordre dans $\mathbb{R}$ — Droites dans le plan

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Barème : exercice 1 : 6 pts ; exercice 2 : 8 pts ; exercice 3 : 6 pts ; total 20 pts, plus 2 bonus de 0,5 pt (note plafonnée à 20). La répartition des points à l'intérieur de chaque question est indiquée entre crochets.

Exercice 1 (6 points)

- 1) [1 pt] Numérateur : $0,6 \times 2,5 \times 4 = 6$, donc il vaut 6×10^7 [0,5]. $A = \frac{6 \times 10^7}{15 \times 10^3} = 0,4 \times 10^4 = 4 \times 10^3$ [0,5].
- 2) a) [2 pts] $a^2 + b^2 = (11 + 6\sqrt{2}) + (11 - 6\sqrt{2}) = 22$ [1]. $ab = \sqrt{(11 + 6\sqrt{2})(11 - 6\sqrt{2})} = \sqrt{121 - 72} = \sqrt{49} = 7$ [1].
- b) [1 pt] $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 22 + 14 = 36$ [0,5] ; $(a - b)^2 = 22 - 14 = 8$ [0,5].
- c) [1 pt] $a + b > 0$, donc $a + b = 6$ [0,5]. $11 + 6\sqrt{2} > 11 - 6\sqrt{2}$ donne $a > b$, donc $a - b = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ [0,5].
- 3) [1 pt] $(x + y)^3 - (x - y)^3 = (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)$ [0,5] $= 6x^2y + 2y^3 = 2y(3x^2 + y^2)$ [0,5].

Exercice 2 (8 points)

- 1) [2 pts] $|2x - 1| = |x + 4| \iff 2x - 1 = x + 4$ ou $2x - 1 = -x - 4 \iff x = 5$ ou $x = -1$: $S = \{-1; 5\}$ [1].
 $|x - 3| \geq 5 \iff x - 3 \leq -5$ ou $x - 3 \geq 5 \iff x \leq -2$ ou $x \geq 8$: $S =]-\infty; -2] \cup [8; +\infty[$ [1].
- 2) a) [1 pt] $|a - 2| \leq \frac{1}{2} \iff 2 - \frac{1}{2} \leq a \leq 2 + \frac{1}{2} \iff \frac{3}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$.
- b) [2 pts] $-3 \leq -b \leq -1$; en additionnant avec a) : $-\frac{3}{2} \leq a - b \leq \frac{3}{2}$ [1].
 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{b} \leq 1$ et $\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ (réels positifs) : $\frac{1}{2} \leq \frac{a}{b} \leq \frac{5}{2}$ [1].
- c) [2 pts] D'après a) : $\frac{2}{5} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{2}{3}$ [1]. Donc $-\frac{1}{10} \leq \frac{1}{a} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{6}$, et $\left| \frac{1}{a} - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{6}$: $\frac{1}{2}$ est une valeur approchée de $\frac{1}{a}$ à $\frac{1}{6}$ près [1].
- 3) [1 pt] $(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 = a^2 + 2|a||b| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = 2(|ab| - ab) \geq 0$ [0,5]. Les deux nombres étant positifs : $|a + b| \leq |a| + |b|$ [0,5].

Bonus [+0,5 pt]. D'après 3) appliqué à $a - b$ et b : $|a| = |(a - b) + b| \leq |a - b| + |b|$, donc $|a| - |b| \leq |a - b|$. En échangeant les rôles : $|b| - |a| \leq |b - a| = |a - b|$. Le réel $|a| - |b|$ et son opposé sont inférieurs à $|a - b|$, donc $||a| - |b|| \leq |a - b|$.

Exercice 3 (6 points)

- 1) [1 pt] $3 + 4 \times 2 - 11 = 0$ et $7 + 4 \times 1 - 11 = 0$: M et N , distincts, vérifient l'équation, qui est celle d'une droite. C'est donc une équation de (MN) .
- 2) [1 pt] $-5 + 4 \times 3 - 11 = -4 \neq 0$: $P \notin (MN)$.
- 3) [1 pt] $(D) : \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.
- 4) [2 pts] (MN) a pour vecteur directeur $(-4; 1)$ et $\det((-4; 1); (2; -1)) = 4 - 2 = 2 \neq 0$: sécantes [1].
 $(-5 + 2t) + 4(3 - t) - 11 = 0$ donne $-2t - 4 = 0$, $t = -2$: $E(-9; 5)$ [1].
- 5) [1 pt] $MNQP$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MN}$. $\overrightarrow{MN}(4; -1)$, donc $Q(-5 + 4; 3 - 1) = Q(-1; 2)$.

Bonus [+0,5 pt]. $R(m; m) \in (D)$ s'il existe t avec $m = -5 + 2t$ et $m = 3 - t$: $-5 + 2t = 3 - t$, $t = \frac{8}{3}$, d'où

$m = \frac{1}{3}.$