

Corrigé du devoir maison n° 3

Polynômes, équations, trigonométrie, statistiques

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1

1) $P(1) = 2 + m - 5 + 2 = m - 1$: 1 est une racine de P si et seulement si $m = 1$.

2) a) Pour $m = 1$, $P(1) = 0$, donc P est divisible par $x - 1$. Horner avec $a = 1$: 2 ; $1 + 2 = 3$; $-5 + 3 = -2$; $2 - 2 = 0$. Donc $Q(x) = 2x^2 + 3x - 2$.

b) $Q(-2) = 8 - 6 - 2 = 0$.

c) D'après b), Q est divisible par $x + 2$: $Q(x) = (x + 2)(2x - 1)$ (identification : $(x + 2)(2x + c) = 2x^2 + (c + 4)x + 2c$ avec $c = -1$).

d) $P(x) = (x - 1)(x + 2)(2x - 1)$.

e) $S = \left\{-2; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

f)

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$x + 2$		−	0	+		+		+	
$2x - 1$		−		−	0	+		+	
$x - 1$		−		−		−	0	+	
$P(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

$$S = \left[-2; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty[.$$

Exercice 2

1) a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$: $\Delta = 49 - 24 = 25$, $x = \frac{7 \pm 5}{4}$, $S = \left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$. $x^2(x - 4) = 0$: $S = \{0; 4\}$.

b) Avec $X = x^2 \geq 0$: $2X^2 - 7X + 3 = 0$, donc $x^2 = \frac{1}{2}$ ou $x^2 = 3$. $S = \left\{-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{3}\right\}$.

c) Valeurs interdites 0 et 4.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		3		4		$+\infty$
$2x^2 - 7x + 3$		+		+	0	−	0	+		+	
x^2		+	0	+		+		+		+	
$x - 4$		−		−		−		−	0	+	
quotient		−		−	0	+	0	−		+	

$$S = \left[\frac{1}{2}; 3\right] \cup]4; +\infty[.$$

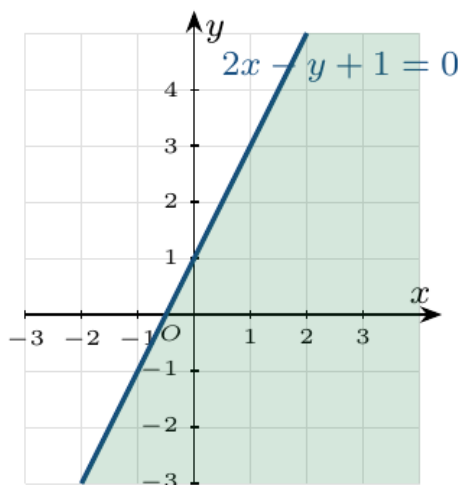
2) a) $D = -12 - 2 = -14$, $D_x = -28 + 14 = -14$, $D_y = -21 - 7 = -28$: $S_1 = \{(1; 2)\}$.

b) (S_2) : avec $X = x^2$, $Y = y^2$, on obtient (S_1) , donc $x^2 = 1$ et $y^2 = 2$:

$$S_2 = \{(1; \sqrt{2}); (1; -\sqrt{2}); (-1; \sqrt{2}); (-1; -\sqrt{2})\}.$$

(S_3) : avec $X = |x|$, $Y = |y - 1|$: $|x| = 1$ et $|y - 1| = 2$, donc $x = \pm 1$ et $y = 3$ ou $y = -1$: $S_3 = \{(1; 3); (1; -1); (-1; 3); (-1; -1)\}$.

3) On trace $(D) : 2x - y + 1 = 0$, soit $y = 2x + 1$. O vérifie $1 \geq 0$: l'ensemble des solutions est le demi-plan fermé de bord (D) contenant O .



4) a) $3 - 8 + 5 = 0$: 1 est une racine.

b) Le produit des racines vaut $\frac{5}{3}$; l'autre solution est donc $\frac{5}{3}$: $S = \left\{1; \frac{5}{3}\right\}$.

c) $3x^2 - 8x + 5 = 3(x - 1)\left(x - \frac{5}{3}\right) = (x - 1)(3x - 5)$.

5) $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$ (racines 2 et 4). Donc $x^4 - 6x^2 + 8 = (x^2 - 2)(x^2 - 4) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$.

6) a) $49 - 48 = 1 \geq 0$; $t^2 - 7t + 12 = (t - 3)(t - 4)$: $S = \{(3; 4); (4; 3)\}$.

b) $1 + 80 = 81 \geq 0$; $t^2 + t - 20 = (t - 4)(t + 5)$: $S = \{(4; -5); (-5; 4)\}$.

Exercice 3

1) a) $\frac{31\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 6\pi$; $-\frac{47\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 16\pi$; $\frac{37\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 10\pi$. Abscisses principales : $A : -\frac{5\pi}{6}$, $B : \frac{\pi}{3}$, $C : -\frac{3\pi}{4}$.

b) On place A , B , C à l'aide des valeurs remarquables (figure du cours).

c) $(\widehat{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}}) \equiv \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \equiv -\frac{5\pi}{6} [2\pi]$; $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) $(\widehat{\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OA}}) \equiv -\frac{5\pi}{6} + \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{12}$.

e) Chasles : $(\widehat{\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OB}}) \equiv -\frac{\pi}{12} - \frac{5\pi}{6} = -\frac{11\pi}{12}$, qui est dans $] -\pi; \pi]$.

2) $\sin\frac{23\pi}{6} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$; $\cos\left(-\frac{22\pi}{3}\right) = \cos\frac{22\pi}{3} = \cos\frac{4\pi}{3} = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$; $\tan\frac{19\pi}{4} = \tan\frac{3\pi}{4} = -1$.

3) a) $\sin(-x) = -\sin x$, $\sin(x + \pi) = -\sin x$ et $\cos(2\pi - x) = \cos(-x) = \cos x$. Donc $A(x) = \sin^2 x - \cos^2 x = 1 - 2\cos^2 x$.

b) $\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$, donc $A\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1 - \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Comme $\cos\frac{7\pi}{8} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) = -\cos\frac{\pi}{8}$, les carrés sont égaux : $A\left(\frac{7\pi}{8}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4) $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + 4 = 5$, donc $\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$. Dans $]\frac{\pi}{2}; \pi[$, $\cos\alpha < 0$: $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. Puis $\sin\alpha = \tan\alpha \times \cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

5) $\tan y + \frac{1}{\tan y} = \frac{\sin y}{\cos y} + \frac{\cos y}{\sin y} = \frac{\sin^2 y + \cos^2 y}{\sin y \cos y} = \frac{1}{\sin y \cos y}$.

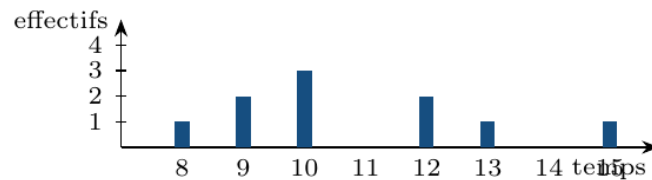
Exercice 4

1)

Groupe A	8	9	10	12	13	15
Effectif	1	2	3	2	1	1
Eff. cumulé	1	3	6	8	9	10
Fréquence	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1

Groupe B	9	10	11	12	13
Effectif	1	3	2	3	1
Eff. cumulé	1	4	6	9	10
Fréquence	0,1	0,3	0,2	0,3	0,1

2)



3) Valeurs de rangs 5 et 6 : groupe A, 10 et 10, médiane 10 ; groupe B, 11 et 11, médiane 11.

4) $\bar{x}_A = \frac{108}{10} = 10,8$; $\bar{x}_B = \frac{110}{10} = 11$.

5)

— Groupe A : $e = \frac{2,8 + 3,6 + 2,4 + 2,4 + 2,2 + 4,2}{10} = 1,76$;
 $V = \frac{7,84 + 2 \times 3,24 + 3 \times 0,64 + 2 \times 1,44 + 4,84 + 17,64}{10} = 4,16$; $\sigma \approx 2,04$.

— Groupe B : $e = \frac{2 + 3 + 0 + 3 + 2}{10} = 1$; $V = \frac{4 + 3 + 0 + 3 + 4}{10} = 1,4$; $\sigma \approx 1,18$.

6) L'écart-type du groupe A est le plus grand : les durées du **groupe A** sont les plus dispersées autour de la moyenne.