

Corrigé du devoir maison n° 2

Ensembles de nombres — Ordre dans $\mathbb{R}$ — Droites dans le plan

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1

1)

- $\frac{35}{7} = 5 \in \mathbb{N}$; $\frac{-3}{9} = -\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$; $\frac{21}{8} = 2,625 \in \mathbb{D}$;
- $\frac{4}{15} \notin \mathbb{D}$ (dénominateur 3×5); $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$; $-\sqrt{49} = -7 \in \mathbb{Z}$.

$$2) A^2 = (7 - 2\sqrt{10}) + (7 + 2\sqrt{10}) - 2\sqrt{(7 - 2\sqrt{10})(7 + 2\sqrt{10})} = 14 - 2\sqrt{49 - 40} = 14 - 6 = 8.$$

Comme $7 - 2\sqrt{10} < 7 + 2\sqrt{10}$, on a $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} < \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$, donc $A < 0$. Ainsi $A = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$.

$$3) B = \frac{36 \times 5 \times 10^{4-6}}{9 \times 10^{-4}} = 20 \times 10^{-2+4} = 20 \times 10^2 = 2 \times 10^3.$$

$$4) C = (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - (x^3 + 1) + 6x^2 = 12x - 9.$$

$$5) 8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1), \text{ donc } D = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1 + x + 3) = (2x - 1)(4x^2 + 3x + 4).$$

$$6) \frac{33}{75} = \frac{11}{25} = \frac{44}{100} \in \mathbb{D}; \quad \frac{14}{21} = \frac{2}{3} : \text{fraction irréductible dont le dénominateur est 3, donc } \frac{14}{21} \notin \mathbb{D}; \quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \in \mathbb{Q}.$$

Exercice 2

$$1) \text{ a) } |x - 2| < \frac{1}{3} \iff 2 - \frac{1}{3} < x < 2 + \frac{1}{3} \iff x \in \left] \frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right[.$$

$$\text{b) } x - \frac{11}{6} \in \left] \frac{5}{3} - \frac{11}{6}; \frac{7}{3} - \frac{11}{6} \right[= \left] -\frac{1}{6}; \frac{1}{2} \right[, \text{ donc } \left| x - \frac{11}{6} \right| < \frac{1}{2}.$$

$$\text{c) } 3 - \frac{2}{y+1} = \frac{3y+3-2}{y+1} = A. \text{ Comme } 2 \leq y+1 \leq 4 : \frac{1}{2} \leq \frac{2}{y+1} \leq 1, \text{ donc } -1 \leq -\frac{2}{y+1} \leq -\frac{1}{2} \text{ et } 2 \leq A \leq \frac{5}{2}.$$

2)

$$- |3x - 1| = |x + 5| \iff 3x - 1 = x + 5 \text{ ou } 3x - 1 = -x - 5 \iff x = 3 \text{ ou } x = -1 : S = \{-1; 3\}.$$

$$- |2x + 3| = 7 \iff 2x + 3 = 7 \text{ ou } 2x + 3 = -7 : S = \{-5; 2\}.$$

$$- |x - 4| = -2 : S = \emptyset \text{ (une valeur absolue est positive).}$$

3)

$$- |x + 1| \leq 4 \iff -5 \leq x \leq 3 : S = [-5; 3].$$

$$- |2x - 3| > 5 \iff x < -1 \text{ ou } x > 4 : S =] -\infty; -1[\cup] 4; +\infty[.$$

$$- 1 < |x - 2| \leq 3 \iff (|x - 2| \leq 3 \text{ et } |x - 2| > 1). \text{ D'une part } |x - 2| \leq 3 \iff -1 \leq x \leq 5; \text{ d'autre part } |x - 2| > 1 \iff x < 1 \text{ ou } x > 3. \text{ Donc } S = [-1; 1[\cup] 3; 5].$$

$$- |4x + 1| < 3 \iff -3 < 4x + 1 < 3 \iff -1 < x < \frac{1}{2} : S = \left] -1; \frac{1}{2} \right[.$$

$$4)]1; 5]; [-4; 2[; \mathbb{R}.$$

$$5) \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0, \text{ donc } \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}. \text{ De même } \sqrt{bc} \leq \frac{b+c}{2} \text{ et } \sqrt{ca} \leq \frac{c+a}{2}; \text{ en additionnant :}$$

$$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \leq \frac{2a + 2b + 2c}{2} = a + b + c.$$

Exercice 3

1) a) $M(x; y) \in (D) \iff -2(x-2) - 3(y-1) = 0 \iff 2x + 3y - 7 = 0.$

b) $2 \times 5 + 3 \times (-1) - 7 = 0 : B \in (D).$

2) a) $x = 2$ donne $t = 1$, et alors $y = 4 - 2 = 2 : C \in (\Delta).$

b) (Δ) a pour vecteur directeur $(3; -2) = \vec{u} : (D) \parallel (\Delta)$ (strictement, car $C \notin (D) : 4 + 6 - 7 \neq 0$).

3) $\det = 2 \times 2 - 1 \times 3 = 1 \neq 0$: sécantes. De $(D') : x = 1 - 2y$; dans $(D) : 2 - 4y + 3y - 7 = 0, y = -5, x = 11$.
Donc $E(11; -5)$.

4) $ABCF$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{BC}(-3; 3)$, donc $F(2 - 3; 1 + 3) = F(-1; 4)$.

5) a) $F'(1; -4)$.

b) $\overrightarrow{F'C}(1; 6) : 6(x-1) - (y+4) = 0$, soit $(F'C) : 6x - y - 10 = 0$.