

Corrigé du devoir maison n° 1

Arithmétique — Calcul vectoriel — Projection

Tronc Commun Sciences · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1

Réponses du QCM (avec une brève justification) :

N°	Réponses	Justification
1)	B, C	impair ; aucun premier $p \leq 43$ ne le divise ($46^2 > 2027$, et 44, 45 ne sont pas premiers)
2)	B, C	$6n + 15 = 2(3n + 7) + 1 = 3(2n + 5)$; pour $n = 1$, 21 n'est pas multiple de 5
3)	A, C	$0 = 7 \times 0 = 2 \times 0$; 0 ne divise pas 7 ; 0 n'est pas premier
4)	C	1, 2, 3, 6, 9, 18
5)	C	l'un est pair, l'autre impair
6)	A, C	trois entiers consécutifs : un pair, un multiple de 3
7)	C	$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $\text{PGCD} = 2 \times 3 \times 7$
8)	A	$2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$
9)	B	propriété du cours
10)	A, B	$2^{n+3} + 2^n = 9 \times 2^n$; pour $n = 0$ on obtient 9
11)	B	seul diviseur commun : 1
12)	B	a est multiple de a
13)	A, D	a divise a et b ; b est multiple de a et de b
14)	B, C	$391 = 17 \times 23$
15)	A, C	$a = d\alpha$, $b = d\beta$, $\alpha \wedge \beta = 1$
16)	A, B	leurs seuls diviseurs sont 1 et eux-mêmes

17) $\overline{7c32}$ se termine par 2 : il est pair. La somme des chiffres est $12 + c$, comprise entre 12 et 21 ; le seul multiple de 9 possible est 18, donc $c = 6$. Vérification : $7632 = 9 \times 848$.

18) $a = 2k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}$: $a^2 + a + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 2k + 1 + 1 = 2(2k^2 + 3k + 1) + 1$ est impair.

(Autre méthode : $a^2 + a = a(a + 1)$ est pair, donc $a^2 + a + 1$ est impair.)

19) $a = 12\alpha$, $b = 12\beta$ avec $\alpha, \beta \in \mathbb{N}^*$, $\alpha < \beta$, $\text{PGCD}(\alpha; \beta) = 1$ et $\alpha + \beta = 8$. Les couples (1; 7) et (3; 5) conviennent ; (2; 6) est exclu ($\text{PGCD} = 2$). Donc $(a; b) \in \{(12; 84); (36; 60)\}$.

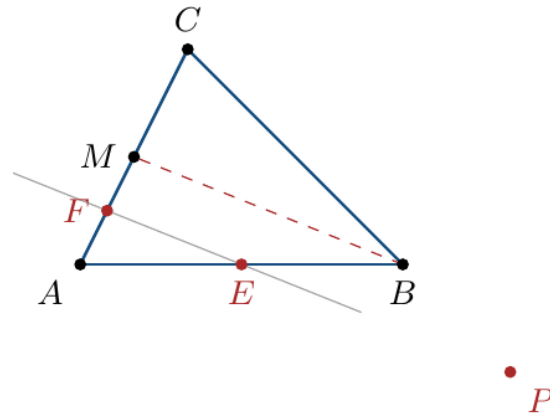
20) On considère quatre entiers consécutifs n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$). Leur somme vaut

$$4n + 6 = 4(n + 1) + 2.$$

Si elle était un multiple de 4, soit $4m$, alors $2 = 4m - 4(n + 1) = 4(m - n - 1)$ serait un multiple de 4, ce qui est faux. La somme n'est donc jamais un multiple de 4.

Exercice 2

1) Figure :



$$2) \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}.$$

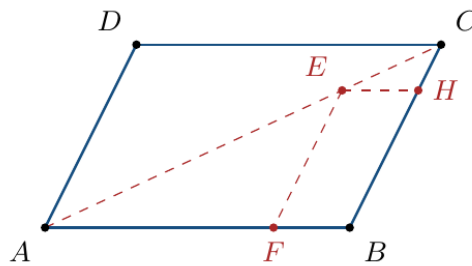
$$3) \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

4) $-2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EP}$: les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EP}$ sont colinéaires, donc E , F et P sont alignés.

5) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Donc $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$: les vecteurs sont colinéaires et $(EF) \parallel (BM)$.

Exercice 3



1) *Projection sur (BC) parallèlement à (AB) : $A \mapsto B$ (la droite (AB) coupe (BC) en B), $C \mapsto C$, $E \mapsto H$.*
Comme $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, on a $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$, donc $\overrightarrow{CH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.

Ensuite : $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

2) $\overrightarrow{FB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EH}$, donc EHB F est un parallélogramme (éventuellement aplati) : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HB}$.

Comme H et B sont sur (BC) et $H \neq B$, le vecteur $\overrightarrow{HB}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$; donc $\overrightarrow{EF}$ aussi, et $(EF) \parallel (BC)$.
(Précisément : $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$, donc $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.)