

Corrigé détaillé de la série n° 12

Probabilités

2^{ème} Bac Sciences Expérimentales (PC – SVT) · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1

Le tirage est simultané : un résultat est une combinaison de 3 boules parmi 9, toutes équiprobables. $\text{card}(\Omega) = C_9^3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$.

1) a) Trois rouges : $C_4^3 = 4$; trois vertes : $C_3^3 = 1$; trois blanches : impossible. $p(A) = \frac{4+1}{84} = \frac{5}{84}$.

b) Une boule de chaque couleur : $C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 24$. $p(B) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$.

c) Deux rouges parmi 4 et une non rouge parmi 5 : $C_4^2 \times C_5^1 = 30$. $p(C) = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$.

d) $\bar{D}$: « aucune blanche », soit 3 boules parmi les 7 non blanches : $C_7^3 = 35$. $p(D) = 1 - \frac{35}{84} = \frac{49}{84} = \frac{7}{12}$.

e) 3 boules parmi les 6 non vertes : $C_6^3 = 20$. $p(E) = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$.

Exercice 2

1) Un tel nombre est un arrangement de 4 chiffres parmi 7 : $A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$.

2) Le chiffre des unités est pair : 3 choix (2, 4 ou 6); les trois autres chiffres forment un arrangement de 3 parmi les 6 restants : $A_6^3 = 120$. Total : $3 \times 120 = 360$.

3) Chaque position admet 7 choix : $7^4 = 2401$.

4) À chaque partie de 4 chiffres correspond un seul rangement croissant : $C_7^4 = 35$.

Exercice 3

1) Tirage successif sans remise : $A_7^2 = 7 \times 6 = 42$ tirages, équiprobables.

2) a) Deux « 1 » : $A_3^2 = 6$; deux « 2 » : $A_4^2 = 12$. $p(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$.

b) Somme 3 : un « 1 » et un « 2 », dans cet ordre ou dans l'autre : $2 \times 3 \times 4 = 24$. $p(B) = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$ (on a bien $B = \bar{A}$).

Exercice 4

1) Avec remise : $5^3 = 125$ tirages, équiprobables.

2) $\frac{3^3}{125} = \frac{27}{125}$.

3) Position de la noire : $C_3^1 = 3$ choix; $3 \times 2 \times 3^2 = 54$. Probabilité $\frac{54}{125}$.

4) Événement contraire de « trois blanches » : $1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$.

5) Blanche, blanche, noire : $3 \times 3 \times 2 = 18$. Probabilité $\frac{18}{125}$.

Exercice 5

$$1) \text{ a) } p(P \cap M) = p(P) \times p_P(M) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}.$$

$$b) (P; S) \text{ est une partition de l'univers. } p(S \cap M) = \frac{2}{5} \times \frac{7}{20} = \frac{7}{50}, \text{ donc } p(M) = \frac{3}{20} + \frac{7}{50} = \frac{15}{100} + \frac{14}{100} = \frac{29}{100}.$$

$$2) \text{ a) } p_M(S) = \frac{p(S \cap M)}{p(M)} = \frac{14/100}{29/100} = \frac{14}{29}.$$

$$b) p(M) \times p(P) = \frac{29}{100} \times \frac{3}{5} = \frac{87}{500} \neq \frac{3}{20} = p(P \cap M) : M \text{ et } P \text{ ne sont pas indépendants.}$$

Exercice 6

1) a) Chaque lancer a 6 issues : $6 \times 6 = 36$ couples équiprobables.

b) Couples de somme 7 : (1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1). Probabilité $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

2) a) Six couples $(k; k)$: $p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b) Le produit est impair si et seulement si les deux numéros sont impairs : $3 \times 3 = 9$ couples. $p(B) = 1 - \frac{9}{36} = \frac{3}{4}$.

Exercice 7

$$1) \text{ a) } p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{7}{10} = \frac{1}{5}.$$

$$b) p(A) \times p(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} = p(A \cap B) : A \text{ et } B \text{ sont indépendants.}$$

$$2) \overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}, \text{ donc } p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}, \text{ et } p(\overline{A}) \times p(\overline{B}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}.$$

Exercice 8

$$1) p(U_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, p(U_2) = \frac{2}{3}, p_{U_1}(R) = \frac{3}{5}, p_{U_2}(R) = \frac{1}{4}.$$

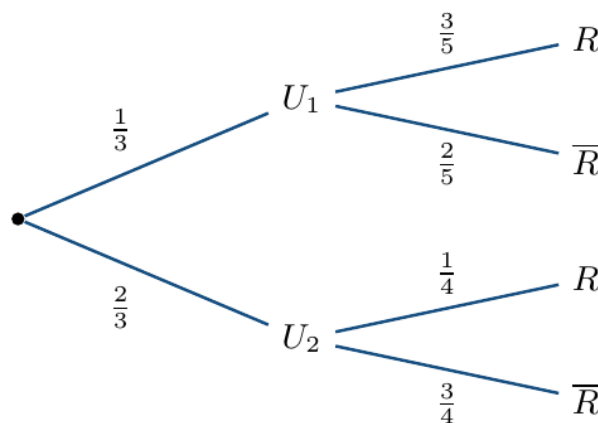


FIGURE 1 – Arbre pondéré de l'exercice 8

$$2) \text{ Probabilités totales : } p(R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}.$$

$$3) p_R(U_1) = \frac{p(U_1 \cap R)}{p(R)} = \frac{1/5}{11/30} = \frac{6}{11}.$$

$$4) p(\overline{R}) = 1 - \frac{11}{30} = \frac{19}{30}.$$

Exercice 9

1) On répète 5 fois, de façon indépendante, une épreuve dont le succès a pour probabilité $\frac{2}{3}$: $C_5^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 10 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$.

Exercice 10

- 1) $C_5^2 = 10$ tirages équiprobables ; $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$.
- 2) $p(X = 0) = \frac{C_3^2}{10} = \frac{3}{10}$; $p(X = 1) = \frac{2 \times 3}{10} = \frac{3}{5}$; $p(X = 2) = \frac{C_2^2}{10} = \frac{1}{10}$ (somme 1).
- 3) $E(X) = 0 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$.
- 4) $E(X^2) = \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = 1$; $V(X) = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$; $\sigma(X) = \frac{3}{5}$.

Exercice 11

- 1) Avec remise : $5^2 = 25$ tirages équiprobables. Deux blanches : $G = 20$; une blanche et une noire : $G = 10 - 5 = 5$; deux noires : $G = -10$.
- 2) a) $p(G = 20) = \frac{2 \times 2}{25} = \frac{4}{25}$.
- b) $p(G = -10) = \frac{3 \times 3}{25} = \frac{9}{25}$.
- 3) a) $p(G = 5) = \frac{2 \times (2 \times 3)}{25} = \frac{12}{25}$ (deux ordres possibles).

g_i	-10	5	20
$p(G = g_i)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{4}{25}$

- b) $E(G) = \frac{-90 + 60 + 80}{25} = 2 > 0$: le jeu est favorable au joueur.
- c) $E(G^2) = \frac{900 + 300 + 1600}{25} = 112$; $V(G) = 112 - 4 = 108$.
- d) $\sigma(G) = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$.

Exercice 12

Partie I. 1) $C_6^3 = 20$ prélèvements équiprobables.

- 2) 3 œufs parmi les 4 intacts : $p(A) = \frac{C_4^3}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.
- 3) $C_2^1 \times C_4^2 = 12$: probabilité $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
- 4) a) $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$: $p(X = 0) = \frac{1}{5}$, $p(X = 1) = \frac{3}{5}$, $p(X = 2) = \frac{C_2^2 \times C_4^1}{20} = \frac{1}{5}$.
- b) $E(X) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$; $E(X^2) = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$; $V(X) = \frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$.

Partie II. 1) On répète 3 fois la même épreuve de façon indépendante (les œufs sont remis), et Y compte les réalisations de A , de probabilité $\frac{1}{5}$: Y suit $\mathcal{B}(3; \frac{1}{5})$.

- 2) $p(Y = 1) = C_3^1 \times \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{48}{125}$.
- 3) $E(Y) = 3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$; $V(Y) = 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$.

Exercice 13

1) a) $p(M) = \frac{1}{20}$, $p_M(T) = \frac{9}{10}$, $p_{\overline{M}}(T) = \frac{1}{20}$.

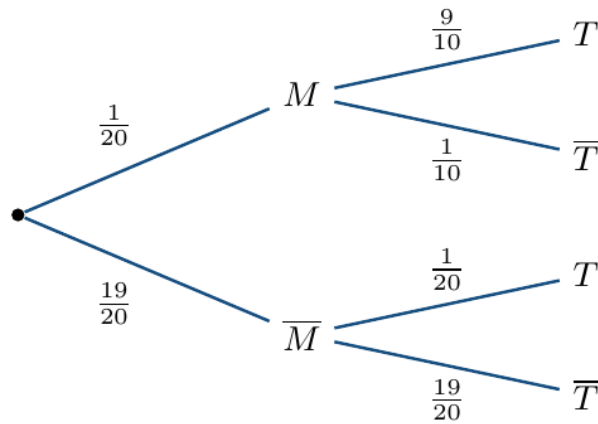


FIGURE 2 – Arbre pondéré de l'exercice 13

b) $p(T) = \frac{1}{20} \times \frac{9}{10} + \frac{19}{20} \times \frac{1}{20} = \frac{18}{400} + \frac{19}{400} = \frac{37}{400}$.

2) $p_T(M) = \frac{18/400}{37/400} = \frac{18}{37}$.

3) a) $p(\overline{T}) = 1 - \frac{37}{400} = \frac{363}{400}$.

b) $p(\overline{M} \cap \overline{T}) = \frac{19}{20} \times \frac{19}{20} = \frac{361}{400}$, donc $p_{\overline{T}}(\overline{M}) = \frac{361}{363}$: un individu dont le test est négatif est presque sûrement non malade.

4) $p(M \cap \overline{T}) + p(\overline{M} \cap T) = \frac{1}{20} \times \frac{1}{10} + \frac{19}{400} = \frac{2}{400} + \frac{19}{400} = \frac{21}{400}$.

Exercice 14

1) a) $\text{card}(\Omega) = C_{n+2}^2 = \frac{(n+2)(n+1)}{2}$; une seule façon de tirer les deux rouges : probabilité $\frac{2}{(n+1)(n+2)}$.

b) Une blanche et une rouge : $C_n^1 \times C_2^1 = 2n$ tirages, donc $p_n = \frac{2n \times 2}{(n+1)(n+2)} = \frac{4n}{(n+1)(n+2)}$.

2) $p_n = \frac{3}{7} \iff 28n = 3(n^2 + 3n + 2) \iff 3n^2 - 19n + 6 = 0$. $\Delta = 361 - 72 = 289 = 17^2$: $n = \frac{19+17}{6} = 6$ ou $n = \frac{19-17}{6} = \frac{1}{3}$ (non entier). Donc $n = 6$.

3) a) 8 boules, $C_8^2 = 28$ tirages : $p(X=0) = \frac{C_6^2}{28} = \frac{15}{28}$, $p(X=1) = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$, $p(X=2) = \frac{1}{28}$.

b) $E(X) = \frac{12}{28} + \frac{2}{28} = \frac{1}{2}$.

c) $E(X^2) = \frac{12}{28} + \frac{4}{28} = \frac{4}{7}$; $V(X) = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} = \frac{9}{28}$.