

Série d’exercices n° 05

Primitives

2ème Bac Sciences Expérimentales (PC – SVT)

·

Lycée Qualifiant Ibn Hazm

·

Prof. El Koudri Hamza

·

2026–2027

Exercice 1

— Vérifier qu’une fonction est une primitive

★★★★★

On considère les fonctions f , F et G définies sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par

$$f(x) = -\frac{2}{x^3}, \qquad F(x) = \frac{1}{x^2} - 4, \qquad G(x) = \frac{1}{x^2} - 1.$$

- Vérifier que f est continue sur chacun des intervalles $] -\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$.
- Montrer que F est une primitive de f sur $] -\infty; 0[$, puis déterminer le réel a de cet intervalle en lequel elle s’annule.
- Montrer que G est une primitive de f sur $]0; +\infty[$, puis déterminer le réel b de cet intervalle en lequel elle s’annule.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 2 — Primitive vérifiant une condition initiale

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de f vérifiant $F(x_0) = y_0$, sur l'intervalle indiqué (qui contient x_0).

1. $f(x) = 6x(x^2 + 1)^2$ sur $\mathbb{R}$; $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.
2. $f(x) = (2x - 1)(x^2 - x + 3)^3$ sur $\mathbb{R}$; $x_0 = 1$, $y_0 = 0$.
3. $f(x) = \frac{3}{(2x + 1)^2}$ sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$; $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.
4. $f(x) = \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 1)^2}$ sur $\mathbb{R}$; $x_0 = 0$, $y_0 = 2$.
5. $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ sur $\mathbb{R}$; $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.
6. $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$ sur $\mathbb{R}$; $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.
7. $f(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$ sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$; $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.
8. $f(x) = \frac{3}{x^2} - 2x$ sur $]0; +\infty[$; $x_0 = 1$, $y_0 = 0$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 3 — Décomposition puis primitive

On considère la fonction f définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 3}{(x - 2)^2}$.

1. Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout $x \in]2; +\infty[$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x - 2)^2}$.
2. En déduire une primitive de f sur $]2; +\infty[$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 4 — Recherche de toutes les primitives

★★★★★

Dans chacun des cas suivants, déterminer toutes les primitives de f sur l'intervalle I indiqué.

1. $f(x) = \sqrt{2x+1}$ et $I =]-\frac{1}{2}; +\infty[$.
2. $f(x) = x^2\sqrt{x^3+1}$ et $I =]-1; +\infty[$.
3. $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$ et $I = \mathbb{R}$.
4. $f(x) = 3x(x^2+2)^5$ et $I = \mathbb{R}$.
5. $f(x) = \frac{1}{x^2}\sqrt{1+\frac{1}{x}}$ et $I =]0; +\infty[$.
6. $f(x) = x(x-1)^{10}$ et $I = \mathbb{R}$. On pourra écrire $x = (x-1) + 1$.
7. $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+1}}$ et $I =]-1; +\infty[$. On pourra déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = a\sqrt{x+1} + \frac{b}{\sqrt{x+1}}$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 5 — Fonction rationnelle et condition initiale

★★★★★

On considère la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$.

1. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x \in D_f$, $f(x) = a + \frac{b}{(x+2)^2}$.
2. En déduire la primitive F de f sur $] -2; +\infty[$ telle que $F(0) = \frac{3}{2}$.

► Afficher / Masquer la solution