

Série d'exercices — Chapitre 13

Dénombrement

1^{ère} Bac Sciences Mathématiques · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Cadre. Toute réponse doit être justifiée : préciser le type de tirage (successif avec ou sans remise, simultané), dire si l'ordre compte, puis utiliser le modèle adapté (n^p , A_n^p , C_n^p , $n!$). Dans toute la série, les boules sont indiscernables au toucher, mais on les considère comme des objets **distincts** (on peut imaginer qu'elles sont numérotées) pour compter les tirages. Difficulté : de ★ à ★★★★★.

Exercice 1 — Tirage successif sans remise★★★★★

Un sac contient 4 boules blanches, 3 boules jaunes et 1 boule noire, indiscernables au toucher. On extrait du sac, l'une après l'autre et sans les remettre, 3 boules. Combien de tirages différents peut-on obtenir ?

Exercice 2 — Tirage simultané★★★★★

Un sac contient 4 boules rouges et 3 boules vertes. On prend en même temps 3 boules.
1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Combien de tirages comportent exactement une boule rouge ?
3. Combien de tirages comportent au moins une boule verte ?

Exercice 3 — Tirage successif avec remise★★★★★

On reprend le sac de l'exercice 1 (4 blanches, 3 jaunes, 1 noire). On tire successivement 3 boules en **remettant** chaque boule tirée avant le tirage suivant. Combien de tirages différents peut-on obtenir ?

Exercice 4 — Arbre des choix ; avec ou sans remise★★★★★

Une urne contient 5 boules noires et 12 boules blanches. On tire successivement et sans remise 2 boules.
1. Représenter la situation par un arbre des choix (couleurs) et donner le nombre total de tirages.
2. Combien de tirages donnent 2 boules de même couleur ?
3. Combien de tirages donnent 2 boules de couleurs différentes ?
4. Reprendre les questions 1, 2 et 3 lorsque le tirage est successif **avec** remise.

Exercice 5 — Mots★★★★★

Combien de mots de trois lettres deux à deux distinctes (ayant un sens ou non) peut-on écrire avec les lettres A, B, C, D, E, F ?

Exercice 6 — Parking★★★★★

Un parking possède sept places libres numérotées de 1 à 7. De combien de façons peut-on y garer :
1. une voiture ?
2. trois voitures (distinctes) ?
3. sept voitures (distinctes) ?

Exercice 7 — Placement autour d'une table★★★★★

Une table est entourée de douze chaises numérotées de 1 à 12.
1. De combien de façons peut-on y installer six personnes (une personne par chaise) ?
2. De combien de façons peut-on y installer douze personnes ?

Exercice 8 — Constitution de groupes★★★★★

Une classe compte 4 filles et 6 garçons. Le professeur choisit 3 élèves pour préparer un exposé.
1. Combien de groupes différents peut-il former ?
2. Combien de groupes ne contiennent que des garçons ?

3. Combien de groupes contiennent exactement deux filles ?
4. Combien de groupes contiennent au moins un garçon ?
5. Combien de groupes contiennent au plus une fille ?

Exercice 9 — Codes

★★★★★

On dispose des chiffres 1, 3, 4, 5, 7 et 8.

1. Combien de codes de 3 chiffres deux à deux distincts peut-on former avec ces chiffres ?
2. Combien de codes **pairs** de 4 chiffres (répétitions permises) peut-on former ?
3. Combien de codes pairs de 3 chiffres deux à deux distincts peut-on former ?

Exercice 10 — Principe multiplicatif

★★★★★

Une personne possède trois chemises, deux cravates et trois pantalons. Une tenue est formée d'une chemise, d'une cravate et d'un pantalon. Combien de tenues différentes peut-elle porter ?

Exercice 11 — Principe multiplicatif

★★★★★

Dans un restaurant d'entreprise, un repas se compose d'un plat et d'un dessert. Le menu propose deux plats et trois desserts. Combien de repas différents peut-on composer ?

Exercice 12 — Tirage simultané : événements

★★★★★

Un sac contient 6 boules blanches, 3 boules rouges et 4 boules noires. On tire simultanément 3 boules.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages réalisant chacun des événements suivants :
 - A : « obtenir une boule de chaque couleur » ;
 - B : « obtenir deux boules blanches et une boule noire » ;
 - C : « obtenir trois boules noires » ;
 - D : « obtenir trois boules blanches » ;
 - E : « obtenir exactement une boule rouge » ;
 - F : « n'obtenir aucune boule rouge » ;
 - G : « obtenir au moins une boule rouge » ;
 - H : « obtenir au moins deux boules blanches » ;
 - I : « obtenir au plus deux boules blanches » ;
 - K : « les trois boules sont de la même couleur » ;
 - L : « les boules tirées présentent exactement deux couleurs » ;
 - M : « les trois boules ne sont pas toutes de la même couleur » ;
 - N : « obtenir exactement deux boules noires » ;
 - R : « obtenir au moins une boule blanche et au moins une boule noire » ;
 - S : « les boules tirées présentent au plus deux couleurs ».

Exercice 13 — Podium

★★★★★

Vingt athlètes prennent le départ d'un 1500 m ; seules les trois premières places sont récompensées (or, argent, bronze). En supposant qu'il n'y a pas d'ex æquo, combien de podiums différents sont possibles ?

Exercice 14 — Boules numérotées

★★★★★

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire successivement trois boules et on note la suite des numéros obtenus. Combien de résultats sont possibles :

1. si le tirage est effectué avec remise ?
2. si le tirage est effectué sans remise ?

Exercice 15 — Salle d'attente

★★★★★

Quatre patients entrent dans une salle d'attente contenant dix chaises numérotées. De combien de façons peuvent-ils s'asseoir (une personne par chaise) ?

Exercice 16 — Applications, permutations

★★★★★

1. De combien de façons peut-on distribuer 4 romans différents à 4 lecteurs, sachant qu'un lecteur peut recevoir plusieurs romans (ou aucun) ?
2. Combien de mots (ayant un sens ou non) peut-on écrire en utilisant une et une seule fois chacune des lettres du mot « MAISON » ?
3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n ; on les tire toutes, l'une après l'autre, sans remise. Combien de résultats (suites de numéros) sont possibles ?

Exercice 17 — Anagrammes

★★★★★

Combien d'anagrammes (mots ayant un sens ou non obtenus en permutant les lettres) possède le mot « ANANAS » ? Même question pour le mot « CELLULE ».

Exercice 18 — Sommes de coefficients binomiaux

★★★★★

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1+x)^n$.

1. En utilisant f , calculer les sommes $S_1 = \sum_{k=0}^n C_n^k$, $S_2 = \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k$ et $S_3 = \sum_{k=0}^n k C_n^k$.
2. En déduire la valeur de $S_4 = \sum_{k=0}^n (k+1) C_n^k$.

Exercice 19 — Anagrammes avec contraintes

★★★★★

On forme des anagrammes du mot « PORTABLE » (mots ayant un sens ou non utilisant chacune des 8 lettres une fois).

1. Combien y a-t-il d'anagrammes ?
2. Combien se terminent par la lettre E ?
3. Dans combien d'anagrammes la lettre T est-elle immédiatement suivie de la lettre A ?
4. Combien ne commencent pas par la lettre B ?
5. Dans combien d'anagrammes les lettres P et L sont-elles séparées par exactement deux lettres ?

Exercice 20 — Équipes

★★★★★

Ilias et Rabab font partie d'une classe de 18 élèves qui doit désigner une équipe de cinq élèves pour une compétition locale.

1. Combien d'équipes sont possibles ?
2. Combien d'équipes contiennent Ilias ?
3. Ilias et Rabab refusent de faire partie de la même équipe : combien d'équipes sont alors possibles ?
4. Combien d'équipes ne contiennent ni Ilias ni Rabab ?

Exercice 21 — Deux urnes

★★★★★

L'urne U contient trois boules rouges et une boule noire ; l'urne V contient deux boules rouges et deux boules noires. On tire simultanément deux boules de U , puis une boule de V .

1. Quel est le nombre de résultats possibles ?
2. Déterminer le nombre de résultats permettant d'obtenir :
 - a. trois boules de la même couleur ;
 - b. exactement deux boules rouges.

Exercice 22 — Partie entière et cardinal

★★★★★

On note $E(x)$ la partie entière d'un réel x .

1. a. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que si $n > 12$ alors $E\left(\frac{12}{n}\right) = 0$.
 b. Déterminer le cardinal de l'ensemble $\left\{E\left(\frac{12}{n}\right) ; n \in \mathbb{N}^*\right\}$.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Déterminer le cardinal de l'ensemble $E_n = \{(p; q) \in \mathbb{N}^2 / p + q = n\}$.