

Devoir surveillé n° 1 — Durée : 2 heures

Limite d'une fonction — Rotation

1^{ère} Bac Sciences Mathématiques · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Remarque — consignes et barème

Durée : 2 heures. Le soin et la rédaction sont pris en compte. Barème indiqué entre crochets : exercice 1 sur 12 points, exercice 2 sur 8 points ; total sur 20. Deux questions **bonus** (+0,5 pt chacune) figurent à la fin ; la note est plafonnée à 20. Programme : chapitres 09 (limites) et 10 (rotation).

Exercice 1 — Limites — 12 points

★★★★★

Calculer les limites suivantes.

1. [4 pts] a. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x^2 - 5x + 6}$; b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{2x - 4}$; c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{1 + x^3}$; d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 3x^4 + 5x^2)$.
2. [4 pts] a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 - 3x + 2}$; b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x (1 - \cos 2x)}{\sin^3 x}$; c. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\tan(3x)}$; d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \cos x)$.
3. [2 pts] a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x)$; b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x - 1)$.
4. [2 pts] a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{3x + 4}}{\sin(2x) + \tan(3x)}$; b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \tan x)}{3x^2 - 2 \sin x}$; c. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos x - 1}{4 \sin^2 x - 3}$;
d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 2} + \sqrt{3x + 3} - 5}{x - 2}$.

Exercice 2 — Rotation — 8 points

★★★★★

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$. Soient M et N les points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$, et $r = r(A; \frac{\pi}{3})$.

1. Montrer que $r(C) = B$ et $r(N) = M$. [1 pt]
2. À l'extérieur du triangle ABC , on construit les points I et J tels que les triangles AIM et AJN soient équilatéraux.
 - a. Vérifier que $r(M) = I$ et $r(J) = N$. [1 pt]
 - b. En déduire que $MJ = IN$. [1 pt]
 - c. Déterminer l'image du triangle ACM par r . [1 pt]
3. Soit D le milieu de $[CM]$ et $K = r(D)$. Montrer que K est le milieu de $[BI]$. [1 pt]
4. La droite (MN) coupe (CJ) en E et la droite (IM) coupe (BN) en F .
 - a. Montrer que $r(E) = F$. [1 pt]
 - b. En déduire la nature du triangle AEF . [1 pt]
5. Montrer que l'image d'un carré par une rotation est un carré. [1 pt]

Exercice 3 — Questions bonus (+0,5 pt chacune)

★★★★★

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos(2x)}{x^2}$. [+0,5 pt]
2. Déterminer une droite (Δ) telle que $r = S_{(\Delta)} \circ S_{(AC)}$. [+0,5 pt]