

Corrigé détaillé de la série — Chapitre 05

Barycentre

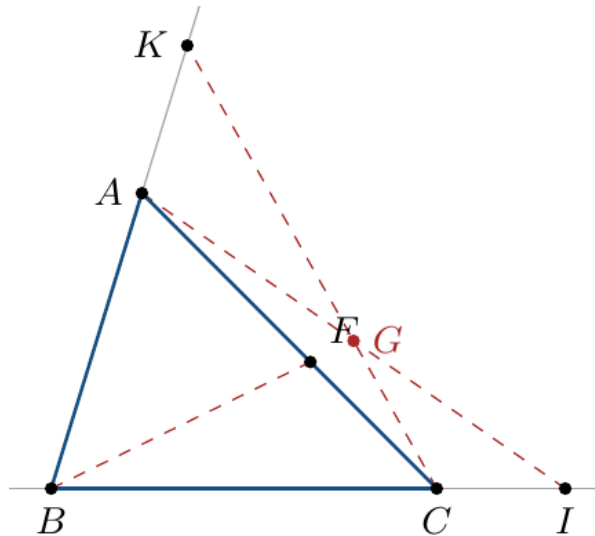
1^{ère} Bac Sciences Mathématiques · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Remarque — méthodes utilisées

- **Construire un barycentre** : $\overrightarrow{AG} = \frac{b}{a+b} \overrightarrow{AB}$ (deux points) ; $\overrightarrow{AG} = \frac{b}{s} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{s} \overrightarrow{AC}$ avec $s = a + b + c$ (trois points), ou associativité.
- **Alignement / concours** : on écrit un point comme barycentre de deux autres (associativité) ; trois droites sont concourantes si un même barycentre appartient aux trois.
- **Lieux** : la propriété caractéristique ramène $\left\| a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} \right\|$ à $|s| MG$ (si $s \neq 0$).
- Tous les calculs (barycentres, coordonnées, paramètres) ont été contrôlés avec Python/sympy (build/verif_lot3.py).

Exercice 1

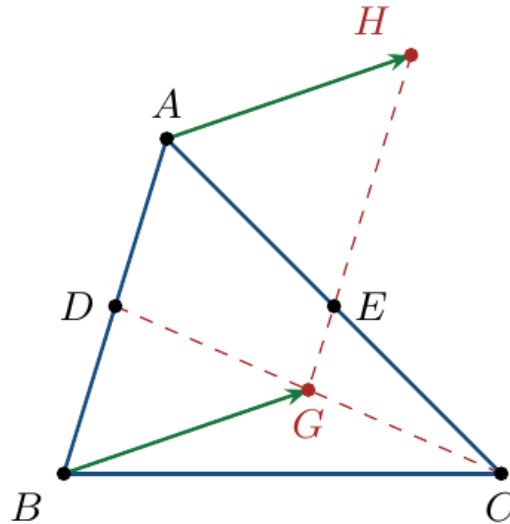
- a. $K = \text{bar} \{(A; 3); (B; -1)\} : \overrightarrow{AK} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AB}$. $I = \text{bar} \{(B; -1); (C; 4)\} : \overrightarrow{BI} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BC}$.
- b. La somme des poids vaut $3 - 1 + 4 = 6 \neq 0 : \overrightarrow{AG} = -\frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{4}{6} \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{6} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$ (ou, plus simplement, voir la question 2).



- I est le barycentre partiel de $(B; -1)$ et $(C; 4)$, de poids $-1 + 4 = 3$. Par associativité, $G = \text{bar} \{(A; 3); (I; 3)\}$: les poids sont égaux, donc G est le **milieu** de $[AI]$.
- a. Propriété caractéristique de G avec $M = C : 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} + 4\overrightarrow{CC} = 6\overrightarrow{CG}$, donc $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} - \frac{1}{6} \overrightarrow{CB}$. Propriété caractéristique de K avec $M = C : 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CK}$, donc $\overrightarrow{CK} = \frac{3}{2} \overrightarrow{CA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{CB}$.
- b. On constate que $\overrightarrow{CK} = 3 \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{CA} - \frac{1}{6} \overrightarrow{CB} \right) = 3\overrightarrow{CG}$: les vecteurs sont colinéaires, donc C, K, G sont alignés.
- F est le barycentre partiel de $(A; 3)$ et $(C; 4)$ (poids 7). Associativité : $G = \text{bar} \{(F; 7); (B; -1)\}$, donc $G \in (BF)$.
- D'après 2, 3.b et 4, G appartient aux trois droites (AI) , (CK) et (BF) : elles sont **concourantes en** G .
- Pour tout $M : 3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$. La condition équivaut à $6MG = 18$, soit $MG = 3$: l'ensemble est le **cercle de centre** G **et de rayon** 3.

Exercice 2

1. a. Somme des poids de H : $5 - 3 + 2 = 4$. Donc $\overrightarrow{AH} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{4}\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
1. b. On place H grâce à 1.a et D au milieu de $[AB]$ (figure ci-dessous).
2. a. $D = \text{bar} \{(A; 1); (B; 1)\}$ (le milieu est l'isobarycentre).
2. b. Par associativité (poids $1 + 1 = 2$) : $G = \text{bar} \{(D; 2); (C; 2)\}$, d'où G milieu de $[DC]$.
2. c. Voir la figure.



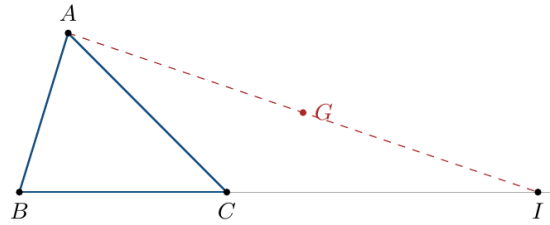
3. a. Propriété caractéristique de G avec $M = B$: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB} + 2\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BG}$, donc $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3. b. $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{BG} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
3. c. D'après 1.a et 3.b, $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AH}$. Comme $H \notin (AB)$ (le coefficient de $\overrightarrow{AC}$ dans $\overrightarrow{AH}$ est non nul), le quadrilatère $BGHA$ est un **parallélogramme**.
4. $E = \text{bar} \{(A; 1); (C; 1)\}$. On cherche une combinaison de H et G éliminant B : le système $\{(A; 5); (B; -3); (C; 2)\}$ (poids total 4) réunion de 3 fois le système $\{(A; 1); (B; 1); (C; 2)\}$ (poids total 12) donne $\{(A; 8); (B; 0); (C; 8)\}$. Par associativité, le barycentre de $\{(H; 4); (G; 12)\}$ est celui de $\{(A; 8); (C; 8)\}$, c'est-à-dire E . Donc $E = \text{bar} \{(H; 1); (G; 3)\} \in (HG)$: H, E, G sont alignés.
5. Pour tout M : $5\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MH}$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$. La condition équivaut à $MH = MG$; comme $H \neq G$ ($\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}$, d'après le parallélogramme), l'ensemble est la **médiatrice de $[GH]$** .

Exercice 3

1. Somme des poids de G : $1 + 4 - 2 = 3$, donc $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Et $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
2. $-\frac{4}{3}\overrightarrow{BI} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG}$: les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires, donc $(BI) \parallel (AG)$.
3. a. $\overrightarrow{AK} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{4}{1+4}\overrightarrow{AB}$, ce qui caractérise $K = \text{bar} \{(A; 1); (B; 4)\}$.
3. b. Associativité : $G = \text{bar} \{(K; 5); (C; -2)\}$, donc $G \in (CK)$: C, K, G sont alignés.
4. $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{MK}$; la condition équivaut à $5MK = 15$, soit $MK = 3$: **cercle de centre K et de rayon 3**.

Exercice 4

1. $I = \text{bar} \{(B; -3); (C; 5)\}$, somme 2 : $\overrightarrow{BI} = \frac{5}{2}\overrightarrow{BC}$ (I au-delà de C).
2. Associativité : $G = \text{bar} \{(A; 2); (I; 2)\}$, et par homogénéité (division par 2) $G = \text{bar} \{(A; 1); (I; 1)\}$.
3. G est le **milieu** du segment $[AI]$.

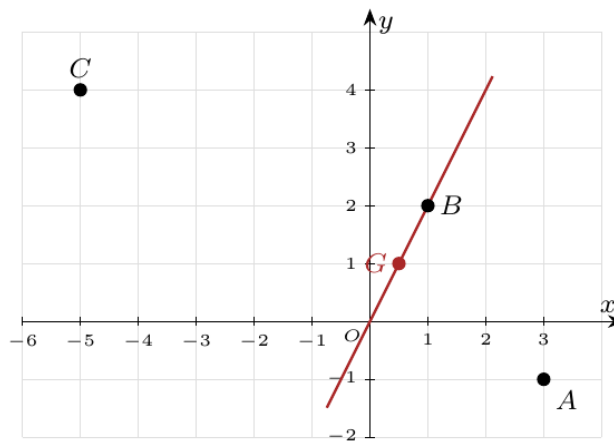


Exercice 5

1. Voir la figure.

2. a. Somme des poids : 4. $x_G = \frac{2 \times 3 + 1 - 5}{4} = \frac{1}{2}$, $y_G = \frac{2 \times (-1) + 2 + 4}{4} = 1$: $G\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

2. b. $\overrightarrow{OG}\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ et $\overrightarrow{OB}(1; 2)$: $\det(\overrightarrow{OG}; \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2} \times 2 - 1 \times 1 = 0$. Les points O, G, B sont alignés : **oui**, la droite (BG) passe par l'origine (et $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$).



Exercice 6

1. a. On reporte $\overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{BC}$: I est sur (BC) , du côté opposé à C , avec $BI = 2BC$.

1. b. $\overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{BC} = \frac{-2}{3+(-2)}\overrightarrow{BC}$, ce qui caractérise $I = \text{bar}\{(B; 3); (C; -2)\}$.

1. c. Propriété caractéristique de I avec $M = A$: $3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (3 - 2)\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI}$.

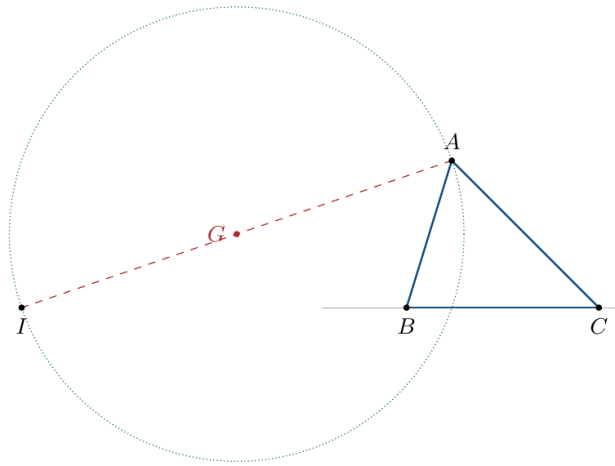
2. Somme des poids de G : $1 + 3 - 2 = 2$, donc $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

3. a. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AI}$: A, I, G sont alignés (G est même le milieu de $[AI]$).

3. b. G est le milieu de $[AI]$ (figure).

4. a. $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$ et $\|3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}\| = AI$ (question 1.c). La condition équivaut à $2MG = AI$, soit $MG = \frac{AI}{2} = GA$: c'est le **cercle de centre G passant par A** , c'est-à-dire le cercle de diamètre $[AI]$.

4. b. $3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = (3 - 2)\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MI}$: la condition équivaut à $MI = 4$; **cercle de centre I et de rayon 4**.



Exercice 7

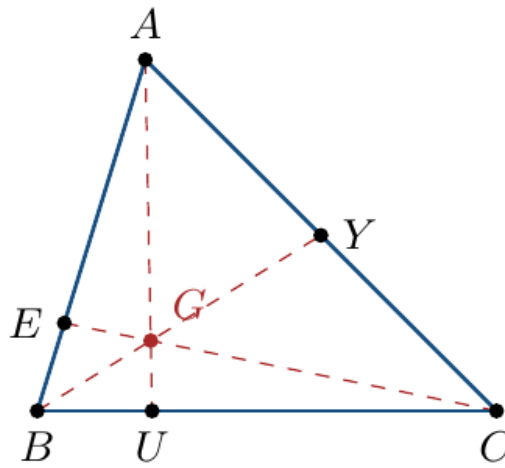
- La somme des poids vaut $2 - 1 - 4 + 2 = -1 \neq 0$; soit H' le barycentre du système. Propriété caractéristique avec $M = C$: $2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CH'}$, donc $\overrightarrow{CH'} = -2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{CD}$. Or $-2\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$ et $-2\overrightarrow{CD} = -2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}$. Ainsi $\overrightarrow{CH'} = 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$, donc $H' = H$: $H = \text{bar} \{(A; 2); (B; -1); (C; -4); (D; 2)\}$.
- I est le barycentre partiel de $(A; 2)$ et $(C; -4)$ (poids -2), J celui de $(B; -1)$ et $(D; 2)$ (poids 1). Par associativité, $H = \text{bar} \{(I; -2); (J; 1)\}$.
- $-2\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{HJ} = \vec{0}$, donc $\overrightarrow{HJ} = 2\overrightarrow{HI}$: I est le **milieu** de $[JH]$. (Autre écriture : $\overrightarrow{IH} = \frac{1}{-1}\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{IJ}$.)

Exercice 8

- Somme des poids : $3 - 2 + 1 = 2$. $x_G = \frac{3 \times 2 - 2 \times (-1) + 0}{2} = 4$, $y_G = \frac{3 \times (-1) - 2 \times 3 + 2}{2} = -\frac{7}{2}$: $G \left(4; -\frac{7}{2}\right)$.
- a. $(2m + 1) + (1 - m) + (-m) = 2 \neq 0$ pour tout m : G_m existe pour tout $m \in \mathbb{R}$.
- b. $x_{G_m} = \frac{2(2m+1) - (1-m) + 0 \times (-m)}{2} = \frac{5m+1}{2}$ et $y_{G_m} = \frac{-(2m+1) + 3(1-m) + 2(-m)}{2} = \frac{2-7m}{2}$.
- c. Si $G_m(x; y)$, alors $m = \frac{2x-1}{5}$ et $y = \frac{2-7m}{2}$, d'où $10y = 10 - 7(2x - 1)$, soit $14x + 10y - 17 = 0$: G_m appartient à la droite $(\Delta) : 14x + 10y - 17 = 0$. Réciproquement, si $M(x; y) \in (\Delta)$, on pose $m = \frac{2x-1}{5}$: alors $x = \frac{5m+1}{2}$ et $y = \frac{17-14x}{10} = \frac{2-7m}{2}$, donc $M = G_m$. L'ensemble des points G_m est la **droite** $(\Delta) : 14x + 10y - 17 = 0$ (elle passe par $G_0 \left(\frac{1}{2}; 1\right)$, de vecteur directeur $(5; -7)$).

Exercice 9

- $U = \text{bar} \{(B; 3); (C; 1)\} : \overrightarrow{BU} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. $E = \text{bar} \{(A; 1); (B; 3)\} : \overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
- Associativité (regroupement de A et B en E , poids 4) : $G = \text{bar} \{(E; 4); (C; 1)\}$.
- $Y = \text{bar} \{(A; 1); (C; 1)\}$. Par associativité : $G = \text{bar} \{(E; 4); (C; 1)\} \in (EC)$; $G = \text{bar} \{(Y; 2); (B; 3)\} \in (BY)$; $G = \text{bar} \{(A; 1); (U; 4)\} \in (AU)$. Les trois droites sont **concurrentes en** G .



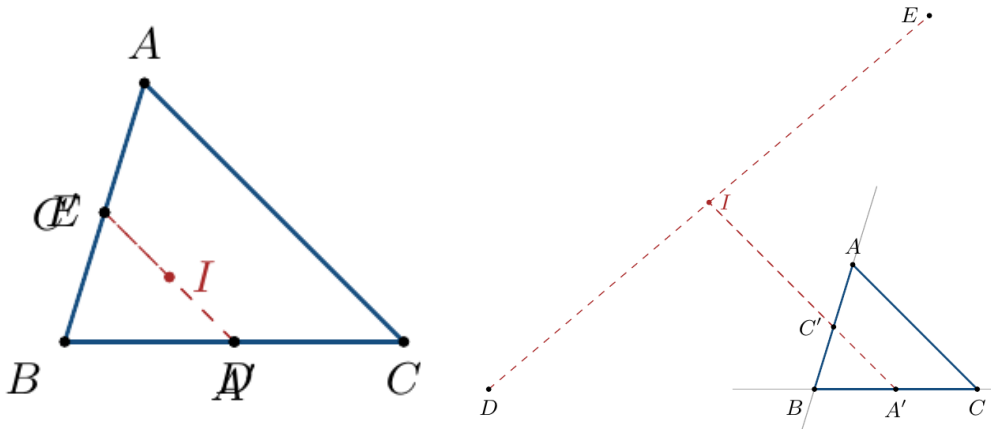
Exercice 10

1. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = a\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Analyse : si $D = \text{bar}\{(A; 1); (B; b); (C; c)\}$ avec $s = 1 + b + c \neq 0$, alors $\overrightarrow{AD} = \frac{b}{s}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{s}\overrightarrow{AC}$. Comme A, B, C ne sont pas alignés (quadrilatère non aplati), les coefficients sont uniques : $\frac{b}{s} = a$ et $\frac{c}{s} = 1$. Donc $c = s = 1 + b + c$, d'où $b = -1$, puis $s = -\frac{1}{a}$ et $c = -\frac{1}{a}$. Synthèse : pour $b = -1$ et $c = -\frac{1}{a}$, $s = -\frac{1}{a} \neq 0$ et $\frac{b}{s}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{s}\overrightarrow{AC} = a\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. Conclusion : $D = \text{bar}\{(A; 1); (B; -1); (C; -\frac{1}{a})\}$.

2. Pour $a = -\frac{1}{2}$: $D = \text{bar}\{(A; 1); (B; -1); (C; 2)\}$ (poids total 2). E , milieu de $[CD]$, est $\text{bar}\{(C; 2); (D; 2)\}$; par associativité (on « éclate » D) : $E = \text{bar}\{(A; 1); (B; -1); (C; 2); (C; 2)\} = \text{bar}\{(A; 1); (B; -1); (C; 4)\}$ (poids total 4). F , milieu de $[AE]$, est $\text{bar}\{(A; 4); (E; 4)\} = \text{bar}\{(A; 4 + 1); (B; -1); (C; 4)\}$. Donc $x = 5$ et $y = 4$ (le poids de B étant imposé égal à -1 , l'homogénéité rend ce couple unique).

Exercice 11

1. Figures pour $k = \frac{1}{2}$ (à gauche) et $k = -2$ (à droite) :



2. $\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{BC} = \frac{k}{(1-k)+k}\overrightarrow{BC}$, ce qui caractérise $D = \text{bar}\{(B; 1-k); (C; k)\}$ (somme $1 \neq 0$).

3. De même $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB}$ caractérise $E = \text{bar}\{(A; 1-k); (B; k)\}$.

4. Propriétés caractéristiques (sommes égales à 1) : $\overrightarrow{MD} = (1-k)\overrightarrow{MB} + k\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{ME} = (1-k)\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB}$. En additionnant : $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + k(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}) = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + k\overrightarrow{AC}$. Or $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC'}$ (C' milieu de $[AB]$) et, par le théorème de la droite des milieux dans ABC , $\overrightarrow{C'A'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Donc $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = 2(\overrightarrow{MC'} + k\overrightarrow{C'A'})$.

5. I milieu de $[DE]$: $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{MI}$ pour tout M . Avec $M = C'$: $2\overrightarrow{C'I} = 2k\overrightarrow{C'A'}$, soit $\overrightarrow{C'I} = k\overrightarrow{C'A'}$: I, C', A' sont alignés.

Exercice 12

On traduit chaque relation en barycentre (deux points) : $I = \text{bar}\{(A; 3); (B; 1)\}$, $J = \text{bar}\{(A; 2); (B; 3)\}$, $M = \text{bar}\{(A; 3); (C; 1)\}$, $N = \text{bar}\{(A; 1); (C; 3)\}$, $R = \text{bar}\{(B; 3); (C; 2)\}$, $S = \text{bar}\{(B; 2); (C; 3)\}$. (Par exemple $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2+3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BR} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3+2}\overrightarrow{BC}$.)

$G = \text{bar}\{(A; 1); (B; 1); (C; 1)\} = \text{bar}\{(A; 3); (B; 3); (C; 3)\}$ (homogénéité). Par associativité :

- $\{(A; 3); (B; 1)\} \cup \{(B; 2); (C; 3)\}$ donne $G = \text{bar}\{(I; 4); (S; 5)\}$, donc $G \in (IS)$;
- $\{(A; 3); (C; 1)\} \cup \{(B; 3); (C; 2)\}$ donne $G = \text{bar}\{(M; 4); (R; 5)\}$, donc $G \in (MR)$;
- $\{(A; 1); (C; 3)\} \cup \{(A; 2); (B; 3)\}$ donne $G = \text{bar}\{(N; 4); (J; 5)\}$, donc $G \in (NJ)$.

Les droites (IS) , (MR) et (NJ) sont concourantes en G .

Exercice 13

$ABCD$ étant un parallélogramme, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, soit $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, ce qui caractérise $D = \text{bar}\{(A; 1); (B; -1); (C; 1)\}$ (somme 1).

1. Par associativité (on éclate D) : $N = \text{bar}\{(A; 2); (C; 2); (A; 1); (B; -1); (C; 1)\}$, soit $N = \text{bar}\{(A; 3); (B; -1); (C; 3)\}$ (poids 5). $\overrightarrow{BS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{BN} = \frac{5}{4+5}\overrightarrow{BN}$ caractérise $S = \text{bar}\{(B; 4); (N; 5)\}$; en éclatant $N : S = \text{bar}\{(A; 3); (B; 4 - 1); (C; 3)\}$, c'est-à-dire $S = \text{bar}\{(A; 3); (B; 3); (C; 3)\}$, puis, par homogénéité, $S = \text{bar}\{(A; 1); (B; 1); (C; 1)\}$.

2. En éclatant $D : M = \text{bar}\{(A; 2); (D; 1)\}$ s'écrit $M = \text{bar}\{(A; 3); (B; -1); (C; 1)\}$ (poids 3) et $\overrightarrow{BR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ caractérise $R = \text{bar}\{(B; 2); (C; 1)\}$, donc aussi $R = \text{bar}\{(B; 4); (C; 2)\}$ (poids 6). Le système $\{(M; 3); (R; 6)\}$ équivaut à $\{(A; 3); (B; -1 + 4); (C; 1 + 2)\} = \{(A; 3); (B; 3); (C; 3)\}$. Donc $S = \text{bar}\{(M; 3); (R; 6)\}$ et $S \in (MR)$: M, S, R sont alignés.

3. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) : A(0; 0), B(1; 0), D(0; 1), C(1; 1)$. Alors $S(\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$ (question 1), $T(\frac{1}{2}; 1)$ (milieu de $[CD]$) et $U(k; 0)$. $\overrightarrow{ST}(-\frac{1}{6}; \frac{2}{3})$, $\overrightarrow{SU}(k - \frac{2}{3}; -\frac{1}{3})$; $\det(\overrightarrow{ST}; \overrightarrow{SU}) = (-\frac{1}{6})(-\frac{1}{3}) - \frac{2}{3}(k - \frac{2}{3}) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}k$. S, T, U alignés $\iff \frac{1}{2} - \frac{2}{3}k = 0 \iff k = \frac{3}{4}$, qui appartient bien à $[0; 1]$.

Exercice 14

On utilise le repère (non nécessairement orthonormé) $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}) : D(0; 0), A(1; 0), C(0; 1)$ et $B(1; 1)$ (car $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$).

- $\overrightarrow{DK} = (\alpha + 1)\overrightarrow{DB} : K(\alpha + 1; \alpha + 1)$.
- $\overrightarrow{CL} = \alpha\overrightarrow{BC} = \alpha(-1; 0) : L(-\alpha; 1)$.

$M \in (DL)$: il existe $s \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{DM} = s\overrightarrow{DL}$, soit $M(-s\alpha; s)$. $M \in (CK)$: $\overrightarrow{CM}(-s\alpha; s - 1)$ et $\overrightarrow{CK}(\alpha + 1; \alpha)$ sont colinéaires :

$$\det(\overrightarrow{CK}; \overrightarrow{CM}) = (\alpha + 1)(s - 1) - \alpha(-s\alpha) = s(\alpha^2 + \alpha + 1) - (\alpha + 1) = 0.$$

Comme $\alpha^2 + \alpha + 1 > 0$ (et les droites ne sont pas parallèles, puisque $\det(\overrightarrow{DL}; \overrightarrow{CK}) = -\alpha^2 - (\alpha + 1) \neq 0$), on obtient $s = \frac{\alpha + 1}{\alpha^2 + \alpha + 1}$, d'où

$$\overrightarrow{DM} = \frac{\alpha + 1}{\alpha^2 + \alpha + 1} \overrightarrow{DL}.$$