

Série d’exercices — Chapitre 10

Vecteurs de l’espace

1^{re} année Bac Sciences Expérimentales · Lycée Qualifiant Ibn Hazm · Prof. El Koudri Hamza · 2026–2027

Exercice 1 — Calcul vectoriel — prisme★★★★★

$ABCDEF$ est un prisme droit à bases triangulaires ABC et DEF (D, E, F situés respectivement au-dessus de A, B, C). I est le milieu de $[DF]$.

1) Exprimer $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

2) Soit G le point tel que $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. Montrer que I est le milieu de $[AG]$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 2 — Coplanarité — parallélépipède★★★★★

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle. I est le milieu de $[BF]$.

1) Les vecteurs $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{DH}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

2) Les vecteurs $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 3 — Milieux — cube★★★★★

Soit $ABCDEFGH$ un cube. Soient I le milieu de $[AE]$ et J le milieu de $[CG]$.

1) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AC}$.

2) En déduire que $(IJ) \parallel (AC)$ et $IJ = AC$.

3) Soit Ω le centre du cube (milieu de $[AG]$). Montrer que Ω est le milieu de $[IJ]$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 4 — Relation vectorielle — cube

★★★★★

$ABCDEFGH$ est un cube. I est le milieu de $[HF]$. Le point M vérifie $2\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{MA}$.

1) Montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ et que $M \in [AI]$.

2) Soient J et K les milieux respectifs de $[EF]$ et $[BC]$. Montrer que $\overrightarrow{JK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 5 — Parallélisme droite-plan

★★★★★

Soit $ABCDEFGH$ un cube. I , J et O sont les milieux respectifs de $[AE]$, $[GH]$ et $[CH]$.

1) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AO}$.

2) En déduire que $(IJ) \parallel (AHC)$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 6 — Définition vectorielle

★★★★★

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

1) Déterminer le plan $\mathcal{P}(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.

2) Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AE}$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

3) Caractériser la droite $\mathcal{D}(E; \overrightarrow{AB})$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 7 — Coplanarité — cube

★★★★★

$ABCDEFGH$ est un cube. Soient I le milieu de $[BE]$ et J le milieu de $[GC]$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{EG} + \frac{1}{2}\vec{FG}$.
- 3) En déduire que $\vec{IJ}$, $\vec{EG}$ et $\vec{FG}$ sont coplanaires.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 8 — Tétraèdre — coplanarité

★★★★★

On considère un tétraèdre $ABCD$. Les points I, J, K, L sont définis par :

$$\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}, \quad \vec{BJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}, \quad \vec{CK} = \frac{1}{2}\vec{CD}, \quad \vec{DL} = \frac{1}{2}\vec{DA}.$$

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer $\vec{IJ}$ et $\vec{KL}$ en fonction de $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$.
- 3) En déduire que I, J, K, L sont coplanaires.
- 4) Montrer que (BD) est parallèle au plan $(IJKL)$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 9 — Tétraèdre — intersection

★★★★★

On considère un tétraèdre $ABCD$. Les points E, F, G sont définis par :

$$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \quad \vec{AF} = 2\vec{AD} - \vec{AC}, \quad \vec{AG} = \vec{AD}.$$

- 1) Justifier que $E \in (ABC)$.
- 2) Montrer que les points F, C, D sont alignés.
- 3) Exprimer $\vec{CG}$ et $\vec{CF}$ en fonction de $\vec{CD}$, puis montrer que $G \in (FC)$.

► Afficher / Masquer la solution

Exercice 10 — Pyramide — parallélisme

$PABCD$ est une pyramide de sommet P dont la base $ABCD$ est un parallélogramme. On considère les points M et N tels que

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BP}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CP}.$$

- 1) Montrer que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.
- 2) En déduire que $(MN) \parallel (PAD)$.
- 3) Montrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

► [Afficher](#) / [Masquer la solution](#)